UBND TỈNH BẮC NINH
SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO

ĐỀ CHÍNH THỨC

ĐỀ THI TUYỂN SINH VÀO LỚP 10 THPT CHUYÊN
NĂM HỌC 2014 – 2015
Môn thi: ***Toán*** *(Dành cho thí sinh thi vào chuyên Toán, Tin)*
Thời gian làm bài: ***150 phút*** *(Không kể thời gian giao đề)*
Ngày thi: ***20 tháng 6 năm 2014***

Câu I. (*2,0 điểm*) Cho biểu thức $P=\left(\sqrt{x}-1\right)\left(\frac{1-x\sqrt{x}}{1-\sqrt{x}}+\sqrt{x}\right)\left(\frac{1-\sqrt{x}}{1-x}\right)^2$, với $x\ge 0, x\ne 1$.

1) Rút gọn P.

2) Tìm số chính phương x sao cho $\frac{2}{P}$ là số nguyên.

Câu II. (*2,0 điểm*)

1) Cho các số thực x, y, z, a, b, c thỏa mãn các điều kiện $\frac{x}{a}+\frac{y}{b}+\frac{z}{c}=1$ và $\frac{a}{x}+\frac{b}{y}+\frac{c}{z}=0$. Chứng minh rằng $\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}+\frac{z^2}{c^2}=1$.

2) Tìm các số nguyên a để phương trình: $x^2-(3+2a)x+40-a=0$ có nghiệm nguyên. Hãy tìm các nghiệm nguyên đó.

Câu III. *(1,5 điểm)*

1) Cho hệ phương trình $\begin{cases} x+my=3m \\ mx-y=m^2-2 \end{cases}$ với x, y là ẩn, m là tham số. Tìm m để hệ phương trình có nghiệm duy nhất $(x;y)$ thỏa mãn $x^2-2x-y>0$.

2) Cho a, b, c là độ dài ba cạnh của một tam giác thỏa mãn điều kiện $2c+b=abc$. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $S=\frac{3}{b+c-a}+\frac{4}{c+a-b}+\frac{5}{a+b-c}$.

Câu IV. *(3,0 điểm)*

Cho tam giác ABC có ba góc nhọn, nội tiếp đường tròn (O) ($AB < AC$). Các tiếp tuyến với (O) tại B và C cắt nhau tại N. Vẽ dây AM song song với BC. Đường thẳng MN cắt đường tròn (O) tại M và P.

1) Cho biết $\frac{1}{OB^2}+\frac{1}{NC^2}=\frac{1}{16}$, tính độ dài đoạn BC.

2) Chứng minh rằng $\frac{BP}{AC}=\frac{CP}{AB}$.

3) Chứng minh rằng BC, ON và AP đồng quy.

Câu V. *(1,5 điểm)*

1) Cho đường tròn tâm O bán kính 1, tam giác ABC có các đỉnh A, B, C nằm trong đường tròn và có diện tích lớn hơn hoặc bằng 1. Chứng minh rằng điểm O nằm trong hoặc nằm trên cạnh của tam giác ABC.

2) Cho tập $A=\{1;2;3;...;16\}$. Hãy tìm số nguyên dương k nhỏ nhất sao cho trong mỗi tập con gồm k phần tử của A đều tồn tại hai số phân biệt a,b mà a^2+b^2 là một số nguyên tố.

------------Hết------------

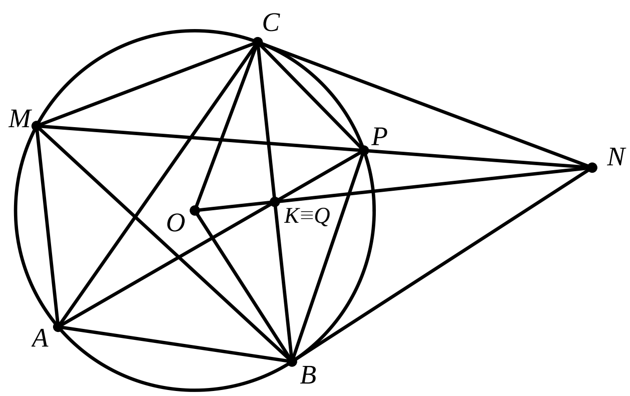
(Đề này gồm có 01 trang)

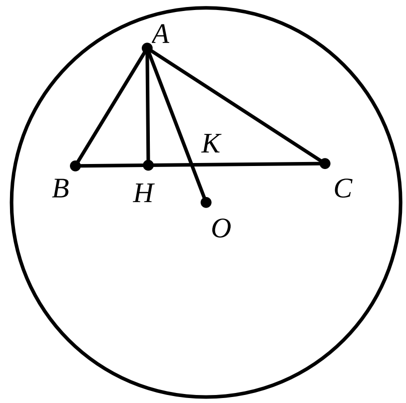
Họ và tên thí sinh: …………………………………Số báo danh: ………………......

UBND TỈNH BẮC NINH
SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO

HƯỚNG DẪN CHẤM
THI TUYỂN SINH VÀO LỚP 10 THPT CHUYÊN
NĂM HỌC 2014 – 2015
Môn thi: *Toán* *(Dành cho thí sinh thi vào chuyên Toán, Tin)*

Câu	Đáp án	Điểm
I.1 (*1,0 điểm*)		
	$P=\left(\sqrt{x}-1\right)\left(\frac{(1-\sqrt{x})(1+\sqrt{x}+x)}{1-\sqrt{x}}+\sqrt{x}\right)\left(\frac{1-\sqrt{x}}{\left(1-\sqrt{x}\right)\left(1+\sqrt{x}\right)}\right)^2$	0,5
	$=\left(\sqrt{x}-1\right)\left(1+\sqrt{x}+x+\sqrt{x}\right)\frac{1}{\left(1+\sqrt{x}\right)^2}=\left(\sqrt{x}-1\right)\left(1+\sqrt{x}\right)^2\frac{1}{\left(1+\sqrt{x}\right)^2}=\sqrt{x}-1.$	0,5
I.2 (*1,0 điểm*)		
	Ta có $\frac{2}{P}\in\mathbb{Z}\Leftrightarrow\sqrt{x}-1$ là ước của 2 gồm: $\pm1,\pm2$.	0,5
	Từ đó tìm được $x\in\{0,4,9\}$.	0,5
II.1 (*1,0 điểm*)		
	ĐK: $xyzabc\neq0$. Từ $\frac{a}{x}+\frac{b}{y}+\frac{c}{z}=0\Leftrightarrow\frac{ayz+bxz+cxy}{xyz}=0\Leftrightarrow ayz+bxz+cxy=0.$	0,25
	Ta có $\frac{x}{a}+\frac{y}{b}+\frac{z}{c}=1\Rightarrow\left(\frac{x}{a}+\frac{y}{b}+\frac{z}{c}\right)^2=1\Leftrightarrow\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}+\frac{z^2}{c^2}+2\left(\frac{xy}{ab}+\frac{xz}{ac}+\frac{yz}{bc}\right)=1$	0,5
	$\Leftrightarrow\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}+\frac{z^2}{c^2}+2\frac{cxy+bxz+ayz}{abc}=1\Leftrightarrow\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}+\frac{z^2}{c^2}=1.$	0,25
II.2 (*1,0 điểm*)		
	$\Delta=4a^2+16a-151$. PT có nghiệm nguyên thì $\Delta=n^2$ với $n\in\mathbb{N}$. Hay $4a^2+16a-151=n^2\Leftrightarrow(4a^2+16a+16)-n^2=167\Leftrightarrow(2a+4+n)(2a+4-n)=167.$	0,25
	Vì 167 là số nguyên tố và $2a+4+n\geq2a+4-n$ nên ta có các trường hợp: +) $\begin{cases}2a+4+n=167\\2a+4-n=1\end{cases}\Rightarrow4a+8=168\Rightarrow a=40$ (t/m). +) $\begin{cases}2a+4+n=-1\\2a+4-n=-167\end{cases}\Rightarrow4a+8=-168\Rightarrow a=-44$ (t/m).	0,5
	Với $a=40$ thì PT có hai nghiệm nguyên là $x=0,x=83$. Với $a=-44$ thì PT có hai nghiệm nguyên là $x=-1,x=-84$.	0,25
III.1 (*0,5 điểm*)		
	Từ (1) có $x=3m-my$, thay vào (2) ta có $y=2;x=m.$	0,25

	$x^2-2x-y=m^2-2m-2=(m-1)^2-3>0 \Leftrightarrow \left\|m-1\right\|>\sqrt{3} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m>1+\sqrt{3} \\ m<1-\sqrt{3}. \end{array}\right.$	0,25
III.2 **(*1,0 điểm*)**		
	Chứng minh được $\frac{1}{x}+\frac{1}{y}\ge\frac{4}{x+y}, \forall x,y>0$ dấu "=" xảy ra khi và chỉ khi $x=y$. Từ giả thiết ta có $a+b-c>0, b+c-a>0, c+a-b>0$.	0,25
	Ta có $S=\left(\frac{1}{b+c-a}+\frac{1}{c+a-b}\right)+2\left(\frac{1}{b+c-a}+\frac{1}{a+b-c}\right)+3\left(\frac{1}{c+a-b}+\frac{1}{a+b-c}\right)\ge\frac{2}{c}+\frac{4}{b}+\frac{6}{a}$ Mà $2c+b=abc \Leftrightarrow \frac{2}{b}+\frac{1}{c}=a$ nên $S\ge 2a+\frac{6}{a}\ge 4\sqrt{3}$.	0,5
	Vậy giá trị nhỏ nhất của S là $4\sqrt{3}$ dấu bằng xảy ra khi và chỉ khi $a=b=c=\sqrt{3}$.	0,25
IV.1 **(*1,0 điểm*)**		
	Ta có $NB=NC$ (tính chất hai tiếp tuyến cắt nhau); $OB=OC=R$. Do đó, ON là trung trực của BC. Gọi K là giao điểm của ON và BC thì K là trung điểm của BC.  	0,5
	Mà ΔOBN vuông tại B, BK là đường cao nên $\frac{1}{OB^2}+\frac{1}{NC^2}=\frac{1}{OB^2}+\frac{1}{NB^2}=\frac{1}{BK^2}$. Kết hợp giả thiết suy ra $BK^2=16 \Rightarrow BK=4 \Rightarrow BC=8$.	0,5
IV.2 **(*1,0 điểm*)**		
	Ta có $\Delta NBP, \Delta NMB$ đồng dạng (g.g) $\Rightarrow \frac{PB}{MB}=\frac{NB}{NM}$ (1). Tương tự, $\Delta NCP, \Delta NMC$ đồng dạng (g.g) $\Rightarrow \frac{PC}{MC}=\frac{NC}{NM}$ (2).	0,25
	Vì $NC=NB$ (3) nên từ (1), (2) và (3) suy ra $\frac{PB}{MB}=\frac{PC}{MC}$ (4).	0,25
	Mặt khác, $AM//BC \Rightarrow$ Tứ giác $AMCB$ là hình thang cân $\Rightarrow MC=AB, MB=AC$ (5). Từ (4), (5) $\Rightarrow \frac{PB}{AC}=\frac{PC}{AB}$.	0,5
IV.3 **(*1,0 điểm*)**		
	Gọi Q là giao điểm của AP và BC. Ta chứng minh $BQ=QC$. Vì $\Delta BQP, \Delta AQC$ đồng dạng (g.g) $\Rightarrow \frac{BQ}{AQ}=\frac{PB}{AC}$ (6).	0,25
	Tương tự $\Delta CQP, \Delta AQB$ đồng dạng (g.g) $\Rightarrow \frac{CQ}{AQ}=\frac{PC}{AB}$ (7).	0,25

	Kết hợp (6), (7) và kết quả câu b) ta suy ra $\frac{BQ}{AQ}=\frac{CQ}{AQ} \Rightarrow BQ=CQ \Rightarrow Q$ là trung điểm của BC. Suy ra $Q \equiv K$. Vậy BC, ON, AP đồng quy tại K.	0,5
V.1 ***(0,5 điểm)***		
	Giả sử O nằm ngoài miền tam giác ABC. Không mất tính tổng quát giả sử A và O nằm về hai phía của đường thẳng BC. Suy ra đoạn AO cắt đường thẳng BC tại K. Kẻ AH vuông góc với BC tại H. Suy ra, $AH \le AK < AO < 1$ suy ra $AH < 1$.	0,25
	Suy ra, $S_{\Delta ABC}=\frac{AH.BC}{2}<\frac{2.1}{2}=1$ (mâu thuẫn với giả thiết). Suy ra điều phải chứng minh. 	0,25
V.2 ***(1,0 điểm)***		
	Nếu a,b chẵn thì a^2+b^2 là hợp số. Do đó nếu tập con X của A có hai phần tử phân biệt a,b mà a^2+b^2 là một số nguyên tố thì X không thể chỉ chứa các số chẵn. Suy ra, $k \ge 9$. Ta chứng tỏ $k=9$ là giá trị nhỏ nhất cần tìm. Điều đó có ý nghĩa là với mọi tập con X gồm 9 phần tử bất kỳ của A luôn tồn tại hai phần tử phân biệt a,b mà a^2+b^2 là một số nguyên tố.	0,5
	Để chứng minh khẳng định trên ta chia tập A thành các cặp hai phần tử phân biệt a,b mà a^2+b^2 là một số nguyên tố, ta có tất cả 8 cặp: $(1;4),(2;3),(5;8),(6;11),(7;10),(9;16),(12;13),(14;15)$. Theo nguyên lý Dirichlet thì 9 phần tử của X có hai phần tử cùng thuộc một cặp và ta có điều phải chứng minh.	0,5

Chú ý:

1. Học sinh làm đúng đến đâu giám khảo cho điểm đến đó, tương ứng với thang điểm.

2. HS trình bày theo cách khác mà đúng thì giám khảo cho điểm tương ứng với thang điểm. Trong trường hợp mà hướng làm của HS ra kết quả nhưng đến cuối còn sai sót thì giám khảo trao đổi với tổ chấm để giải quyết.

3. Tổng điểm của bài thi không làm tròn.

-----------Hết-----------