

CHỦ ĐỀ 1: TỨ GIÁC.

A/ LÝ THUYẾT.

* Tứ giác ABCD là hình gồm 4 đoạn thẳng AB, BC, CD, DA, trong đó bất kỳ hai đoạn thẳng nào cũng không cùng nằm trên một đường thẳng.

* Tứ giác lồi là tứ giác luôn nằm trong một nửa mặt phẳng có bờ là đường thẳng chứa bất kỳ cạnh nào của tứ giác.

* Định lý: Tổng các góc của một tứ giác bằng 360° .

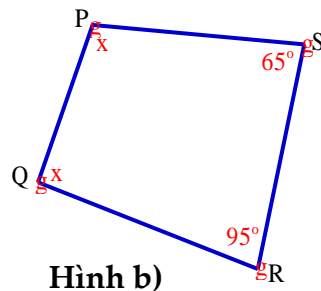
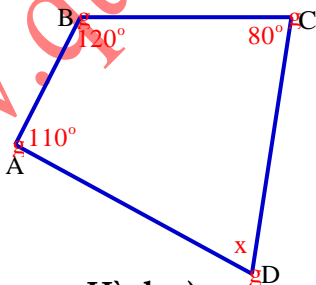
* Chú ý: Để 4 góc cho trước thỏa mãn là 4 góc của một tứ giác chỉ khi 4 góc đó có tổng bằng 360° .

B/ CÁC DẠNG TOÁN.

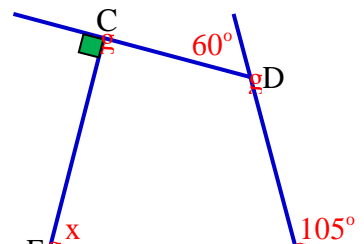
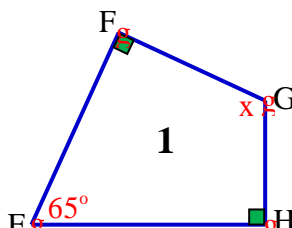
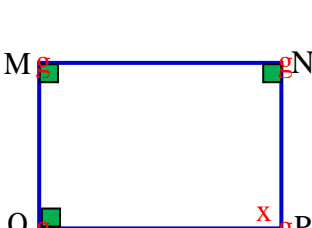
DẠNG 1: TÍNH CÁC GÓC CỦA TỨ GIÁC TỪ HÌNH VẼ.

- Tổng 4 góc trong một tứ giác bằng 360° .
- Tổng hai góc kề bù bằng 180° .
- Tổng 3 góc trong một tam giác bằng 180° .
- Trong một tam giác vuông, tổng số đo hai góc nhọn bằng 90° .

Bài 1: Tìm số đo x trong các hình vẽ sau:



Bài 2: Tìm số đo x trong các hình vẽ sau:

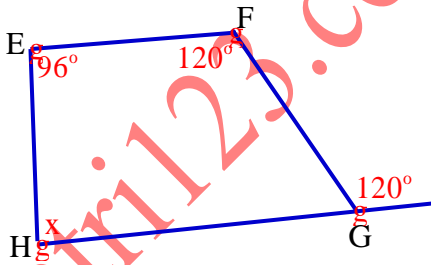
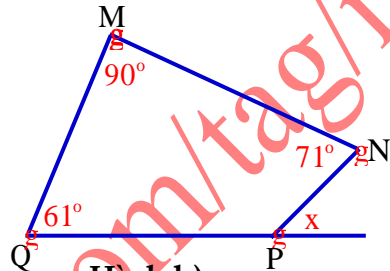
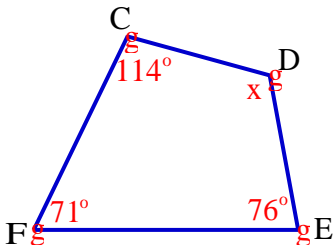


Hình a)

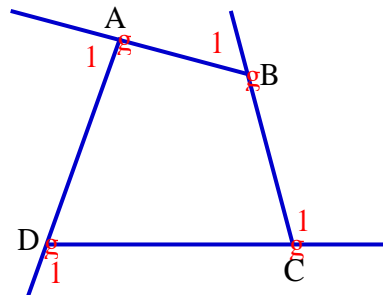
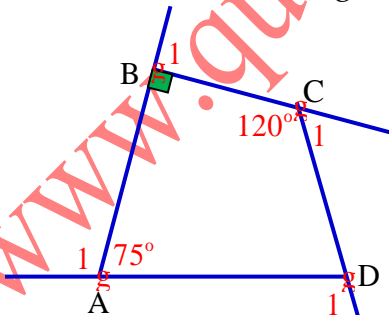
Hình b)

Hình c)

Bài 3: Tính số đo x trong các hình sau:



Bài 4: Góc kề bù với một góc của tứ giác gọi là góc ngoài của tứ giác.

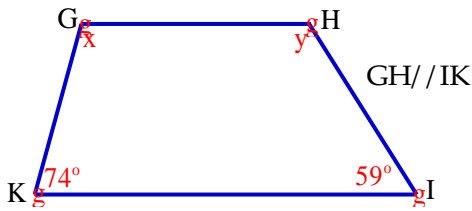


a) Tính các góc ngoài của tứ giác ở Hình a).

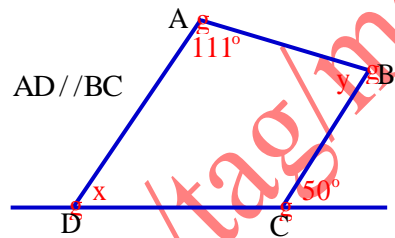
b) Tính tổng các góc ngoài của tứ giác ở **Hình b**) (tại mỗi đỉnh của tứ giác chỉ chọn một góc ngoài): $A_1 + B_1 + C_1 + D_1 = ?$

c) Có nhận xét gì về tổng các góc ngoài của tứ giác?

Bài 5: Tìm số đo x và y trong các hình sau:



Hình a



Hình b

Bài 6: Cho tứ giác ABCD góc $B = 80^\circ$, $D = 120^\circ$ góc ngoài đỉnh C bằng 130° .
Tính góc A?

DẠNG 2: TÍNH CÁC GÓC CỦA TỨ GIÁC KHI BIẾT QUAN HỆ GIỮA CÁC GÓC.

- Thay liên hệ giữa các góc vào hệ thức "Tổng 4 góc trong một tứ giác bằng 360° ".

- Nếu tứ giác ABCD biết $A : B : C : D = m : n : p : q$ (m, n, p, q là các số nguyên dương).

$$\Rightarrow \frac{A}{m} = \frac{B}{n} = \frac{C}{p} = \frac{D}{q} = \frac{A+B+C+D}{m+n+p+q} = \frac{360^\circ}{m+n+p+q} \quad (\text{tính chất dãy tỉ số}$$

bằng nhau).

\Rightarrow Tính được các góc A, B, C, D .

Bài 7: Tính các góc của tứ giác ABCD, biết $B = A + 15^\circ$, $C = B + 30^\circ$,
 $D = 2A + 10^\circ$.

Bài 8: Cho tứ giác ABCD, biết $\hat{B} = \hat{A} + 15^\circ$, $\hat{C} = 3\hat{A}$, $\hat{D} - \hat{C} = 25^\circ$. Tính các góc của tứ giác ABCD.

Bài 9: Cho tứ giác EFGH, biết $\hat{C} = \hat{E} + 10^\circ$, $\hat{F} = \hat{E} + 30^\circ$, $\hat{H} = 2\hat{E}$. Tính các góc của tứ giác EFGH.

Bài 10: Cho tứ giác MNPQ, biết $\hat{P} = \hat{Q} + 5^\circ$, $\hat{M} = \hat{Q} + 45^\circ$, $\hat{N} = 2\hat{Q} - 40^\circ$. Tính các góc của tứ giác MNPQ.

Bài 11: Cho tứ giác ABCD có $\hat{A} = 70^\circ$, $\hat{B} = 80^\circ$, $\hat{C} - \hat{D} = 20^\circ$. Tính góc \hat{C} , \hat{D} .

Bài 12. Cho tứ giác ABCD biết $B + C = 200^\circ$, $B + D = 180^\circ$; $C + D = 120^\circ$. Tính số đo các góc của tứ giác.

Bài 13. Cho tứ giác ABCD, biết $AB = AD$; $\hat{B} = 90^\circ$, $\hat{A} = 60^\circ$, $\hat{D} = 135^\circ$.

a) Tính góc C.

b) Từ A ta kẻ AE vuông góc với đường thẳng CD. Tính các góc của tam giác AEC.

Bài 14: Tính các góc của tứ giác ABEF biết $\hat{A} : \hat{B} : \hat{E} : \hat{F} = 1 : 3 : 4 : 7$.

Bài 15: Tính các góc của tứ giác ABCD biết $\hat{A} : \hat{B} : \hat{C} : \hat{D} = 1 : 2 : 4 : 5$.

DẠNG 3: MỘT SỐ BÀI TOÁN CHỨNG MINH, TÍNH SỐ ĐO GÓC LIÊN QUAN TỚI PHÂN GIÁC CỦA GÓC TRONG TỨ GIÁC.

* Tia phân giác của một góc sẽ chia góc thành hai góc bằng nhau.

* Tia phân giác trong và phân giác ngoài của một góc sẽ vuông góc với nhau.

Bài 16. Cho tứ giác ABCD. Gọi I là giao điểm của các tia phân giác của \hat{A}

và \hat{B} của tứ giác. Chứng minh: $\hat{AIB} = \frac{C+D}{2}$

Bài 17. Cho tứ giác lồi ABCD có $B + D = 180^\circ$, $CB = CD$. Chứng minh AC là tia phân giác của BAD .

Bài 18. Cho tứ giác ABCD, các tia phân giác góc A và góc B cắt nhau tại M. Các tia phân giác góc C và góc D cắt nhau tại N. Chứng minh $\widehat{AMB} + \widehat{CND} = 180^\circ$?

Bài 19. Cho tứ giác lồi ABCD, hai cạnh AD và BC cắt nhau tại E, hai cạnh DC và AB cắt nhau tại F. Kẻ tia phân giác của hai góc CED và BFC cắt nhau tại I. Tính góc EIF theo các góc trong tứ giác ABCD.

Bài 20: Cho tứ giác ABCD có AC là tia phân giác của góc A, $BC = CD$, $AB < AD$.

a) Lấy điểm E trên cạnh AD sao cho $AE = AB$. Chứng minh $\widehat{ABC} = \widehat{AEC}$.

b) Chứng minh $\widehat{B} + \widehat{D} = 180^\circ$.

Bài 21: Cho tứ giác ABCD, phân giác ngoài của góc A và góc B cắt nhau tại

Q. Chứng minh: $\widehat{AQB} = \frac{\widehat{A} + \widehat{B}}{2}$.

Bài 22: Tam giác ABC có $\widehat{A} = 76^\circ$, các tia phân giác của góc B và góc C cắt nhau tại I, các tia phân giác góc ngoài tại đỉnh B và C cắt nhau tại K. Tính các góc của tứ giác BICK.

Bài 23: Cho tứ giác lồi ABCD, biết có $\widehat{A} = 90^\circ$, $\widehat{D} = 90^\circ$; góc B và C khác nhau.

a) Chứng minh $AB \parallel DC$.

b) Chứng tỏ trong hai góc B và C phải có một góc nhọn.

c) Khi góc C nhọn. Chứng minh $AB < DC$.

PHẦN 3 – HƯỚNG DẪN GIẢI

HƯỚNG DẪN GIẢI CHỦ ĐỀ 1

Bài 1:

Hình a) Ta có: $\hat{A} + \hat{B} + \hat{C} + \hat{D} = 360^\circ$ (định lý)

$$\Rightarrow 110^\circ + 120^\circ + 80^\circ + x = 360^\circ \Rightarrow x = 50^\circ.$$

Hình b) Ta có: $\hat{P} + \hat{Q} + \hat{R} + \hat{S} = 360^\circ$ (định lý)

$$\Rightarrow 65^\circ + 95^\circ + 2x = 360^\circ \Rightarrow x = 100^\circ.$$

Bài 2:

Hình a) Ta có: $\hat{M} + \hat{N} + \hat{P} + \hat{Q} = 360^\circ$ (định lý)

$$\Rightarrow 270^\circ + x = 360^\circ \Rightarrow x = 90^\circ.$$

Hình b) Ta có: $\hat{E} + \hat{F} + \hat{G} + \hat{H} = 360^\circ$ (định lý)

$$\Rightarrow 65^\circ + 180^\circ + x = 360^\circ \Rightarrow x = 115^\circ.$$

Hình c) Ta có: \hat{CDE} kề bù với góc 60° nên $\hat{CDE} = 120^\circ$, \hat{DEF} kề bù với góc 105° nên $\hat{DEF} = 75^\circ$, $\hat{FCD} = 90^\circ$.

Mà $\hat{FCD} + \hat{CDE} + \hat{DEF} + x = 360^\circ$ (định lý)

$$\Rightarrow 90^\circ + 120^\circ + 75^\circ + x = 360^\circ \Rightarrow x = 75^\circ.$$

Bài 3:

Hình a) Ta có: $\hat{C} + \hat{D} + \hat{E} + \hat{F} = 360^\circ$ (định lý)

$$\Rightarrow 114^\circ + x + 76^\circ + 71^\circ = 360^\circ \Rightarrow x = 99^\circ.$$

Hình b) Ta có: $\hat{Q} + \hat{M} + \hat{N} + \hat{P} = 360^\circ$ (định lý)

$$\Rightarrow 90^\circ + 71^\circ + \hat{P} + 61^\circ = 360^\circ \Rightarrow \hat{P} = 138^\circ.$$

Mà \hat{P} kề bù với góc $x \Rightarrow x = 42^\circ$.

Hình c) Ta có: \hat{E} kề bù với góc 120° nên $\hat{E} = 60^\circ$.

Mà $\hat{E} + \hat{F} + \hat{G} + x = 360^\circ$ (định lý)

$$\Rightarrow 96^\circ + 120^\circ + 60^\circ + x = 360^\circ \Rightarrow x = 84^\circ.$$

Bài 4:

a) $\hat{B} + \hat{B}_1 = 180^\circ$ (hai góc kề bù) nên $\hat{B}_1 = 90^\circ$, $\hat{C} + \hat{C}_1 = 180^\circ$ (hai góc kề bù) nên $\hat{C}_1 = 60^\circ$, $\hat{A} + \hat{A}_1 = 180^\circ$ (hai góc kề bù) nên $\hat{A}_1 = 105^\circ$.

Ta có: $\hat{A} + \hat{B} + \hat{C} + \hat{D} = 360^\circ$ (định lý) $\Rightarrow \hat{D} = 75^\circ$.

Ta có: $\hat{D} + \hat{D}_1 = 180^\circ$ (hai góc kề bù) nên $\hat{D}_1 = 105^\circ$.

b) Ta có $\hat{B} + \hat{B}_1 = 180^\circ$ (hai góc kề bù), $\hat{C} + \hat{C}_1 = 180^\circ$ (hai góc kề bù), $\hat{D} + \hat{D}_1 = 180^\circ$ (hai góc kề bù), $\hat{A} + \hat{A}_1 = 180^\circ$ (hai góc kề bù)

$$\Rightarrow \hat{A} + \hat{A}_1 + \hat{B} + \hat{B}_1 + \hat{C} + \hat{C}_1 + \hat{D} + \hat{D}_1 = 4 \cdot 180^\circ = 720^\circ.$$

Mà $\hat{A} + \hat{B} + \hat{C} + \hat{D} = 360^\circ$ (định lý)

$$\Rightarrow \hat{A}_1 + \hat{B}_1 + \hat{C}_1 + \hat{D}_1 = 360^\circ.$$

c) Nhận xét: Tổng các góc ngoài của tứ giác bằng tổng các góc trong của tứ giác và bằng 360° .

Bài 5:

Hình a) Ta có: $GH // IK$, theo tính chất một đường thẳng cắt hai đường thẳng song song ta có:

$$x + 74^\circ = 180^\circ \text{ (hai góc trong cùng phía)}$$

$$\Rightarrow x = 180^\circ - 74^\circ = 106^\circ.$$

$$y + 59^\circ = 180^\circ \text{ (hai góc trong cùng phía)}$$

$$\Rightarrow y = 180^\circ - 59^\circ = 121^\circ.$$

Hình b) Ta có: $AD \parallel BC$, theo tính chất một đường thẳng cắt hai đường thẳng song song ta có:

$$y + 111^\circ = 180^\circ \text{ (hai góc trong cùng phía)}$$

$$\Rightarrow y = 180^\circ - 111^\circ = 69^\circ.$$

$$x = 50^\circ \text{ (hai góc đồng vị).}$$

Bài 6:

Ta có góc ngoài tại đỉnh C có số đo bằng 130° và kề bù với \hat{C}

$$\Rightarrow \hat{C} = 50^\circ.$$

Ta có: $\hat{A} + \hat{B} + \hat{C} + \hat{D} = 360^\circ$ (định lý)

$$\Rightarrow \hat{A} + 80^\circ + 50^\circ + 120^\circ = 360^\circ \Rightarrow \hat{A} = 110^\circ.$$

Bài 7:

Ta có: $\hat{A} + \hat{B} + \hat{C} + \hat{D} = 360^\circ$ (định lý).

$$\text{Mà } \hat{B} = \hat{A} + 15^\circ, \hat{C} = \hat{B} + 30^\circ = \hat{A} + 45^\circ, \hat{D} = 2\hat{A} + 10^\circ$$

$$\Rightarrow \hat{A} + \hat{A} + 15^\circ + \hat{A} + 45^\circ + 2\hat{A} + 10^\circ = 360^\circ$$

$$\Rightarrow 5\hat{A} = 290^\circ \Rightarrow \hat{A} = 58^\circ$$

$$\Rightarrow \hat{B} = 73^\circ, \hat{C} = 103^\circ, \hat{D} = 126^\circ.$$

Bài 8:

Ta có: $\hat{A} + \hat{B} + \hat{C} + \hat{D} = 360^\circ$ (định lý).

$$\text{Mà } \mathcal{B} = \mathcal{A} + 15^\circ, \mathcal{C} = 3\mathcal{A}$$

$$\mathcal{B} - \mathcal{C} = 25^\circ \Rightarrow \mathcal{B} = \mathcal{C} + 25^\circ = 3\mathcal{A} + 25^\circ$$

$$\Rightarrow \mathcal{A} + \mathcal{A} + 15^\circ + 3\mathcal{A} + 3\mathcal{A} + 25^\circ = 360^\circ$$

$$\Rightarrow 8\mathcal{A} + 40^\circ = 360^\circ \Rightarrow \mathcal{A} = 40^\circ$$

$$\Rightarrow \mathcal{B} = 55^\circ, \mathcal{C} = 120^\circ, \mathcal{D} = 145^\circ.$$

Bài 9:

Ta có: $\mathcal{E} + \mathcal{F} + \mathcal{G} + \mathcal{H} = 360^\circ$ (định lý).

$$\text{Mà } \mathcal{G} = \mathcal{E} + 10^\circ, \mathcal{F} = \mathcal{E} + 30^\circ, \mathcal{H} = 2\mathcal{G} = 2\mathcal{E} + 20^\circ$$

$$\Rightarrow \mathcal{E} + \mathcal{E} + 30^\circ + \mathcal{E} + 10^\circ + 2\mathcal{E} + 20^\circ = 360^\circ$$

$$\Rightarrow 5\mathcal{E} + 60^\circ = 360^\circ \Rightarrow \mathcal{E} = 60^\circ$$

$$\Rightarrow \mathcal{G} = 70^\circ, \mathcal{F} = 90^\circ, \mathcal{H} = 140^\circ.$$

Bài 10:

Ta có: $\mathcal{M} + \mathcal{N} + \mathcal{P} + \mathcal{Q} = 360^\circ$ (định lý).

$$\text{Mà } \mathcal{P} = \mathcal{Q} + 5^\circ, \mathcal{M} = \mathcal{Q} + 45^\circ, \mathcal{N} = 2\mathcal{Q} - 40^\circ$$

$$\Rightarrow \mathcal{Q} + 45^\circ + 2\mathcal{Q} - 40^\circ + \mathcal{Q} + 5^\circ + \mathcal{Q} = 360^\circ$$

$$\Rightarrow 5\mathcal{Q} + 10^\circ = 360^\circ$$

$$\Rightarrow \mathcal{Q} = 70^\circ$$

$$\Rightarrow \mathcal{P} = 75^\circ, \mathcal{M} = 115^\circ, \mathcal{N} = 100^\circ.$$

Bài 11:

Ta có: $\mathcal{A} + \mathcal{B} + \mathcal{C} + \mathcal{D} = 360^\circ$ (định lý).

$$\text{Mà } A = 70^\circ, B = 80^\circ, C - B = 20^\circ \Rightarrow C = B + 20^\circ$$

$$\Rightarrow 70^\circ + 80^\circ + B + 20^\circ + B = 360^\circ$$

$$\Rightarrow 2B + 170^\circ = 360^\circ$$

$$\Rightarrow B = 95^\circ \Rightarrow C = 115^\circ.$$

Bài 12.

Từ giả thiết ta có:

$$2B + 2C + 2D = 200^\circ + 180^\circ + 120^\circ \Rightarrow B + C + D = 250^\circ.$$

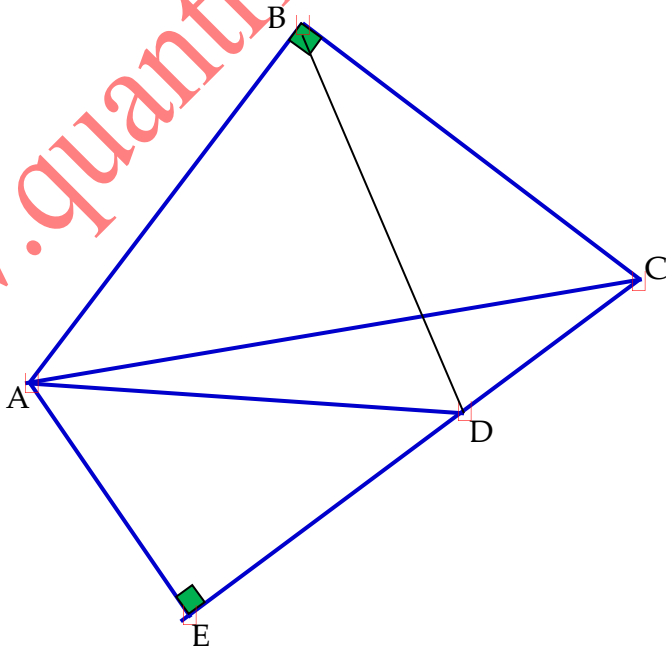
$$\text{Vì } A + B + C + D = 360^\circ \Rightarrow A = 110^\circ.$$

$$B = 250^\circ - (C + D) = 250^\circ - 120^\circ = 130^\circ.$$

$$C = 200^\circ - B = 200^\circ - 130^\circ = 70^\circ.$$

$$D = 120^\circ - C = 120^\circ - 70^\circ = 50^\circ.$$

Bài 13.



a) Trong tứ giác ABCD có $\hat{A} + \hat{B} + \hat{C} + \hat{D} = 360^\circ$ (định lý).

Mà $\hat{B} = 90^\circ$, $\hat{A} = 60^\circ$, $\hat{D} = 135^\circ$

$$\Rightarrow 90^\circ + 60^\circ + \hat{C} + 135^\circ = 360^\circ \Rightarrow \hat{C} = 75^\circ.$$

b) Ta có $AB = AD$ và $\hat{A} = 60^\circ$ nên tam giác ABD đều

Mà $\hat{D} = \hat{ADC} = 135^\circ$, nên $\hat{BDC} = 75^\circ$

Mà $\hat{C} = 75^\circ$, nên tam giác BDC cân tại B, suy ra $BD = BC$.

Do đó $BA = BC$, mà $\hat{B} = 90^\circ$ nên tam giác ABC vuông cân tại B

$$\Rightarrow \hat{BAC} = \hat{BCA} = 45^\circ$$

Trong tứ giác ABCE có: $\hat{A} + \hat{B} + \hat{C} + \hat{E} = 360^\circ$ (định lý),

Mà $\hat{B} = 90^\circ$, $\hat{E} = 90^\circ$ (vì $AE \perp CD$ tại E), $\hat{BCD} = \hat{C} = 75^\circ$ nên

$\hat{BAE} = 105^\circ$.

Ta có: $\hat{BAE} = \hat{BAC} + \hat{CAE} \Rightarrow \hat{CAE} = 105^\circ - 45^\circ = 60^\circ$.

Mặt khác $\triangle AEC$ có $\hat{E} = 90^\circ$ (vì $AE \perp CD$ tại E), nên $\hat{ECA} = 30^\circ$.

Bài 14:

Ta có: $\hat{A} : \hat{B} : \hat{E} : \hat{F} = 1 : 3 : 4 : 7 \Rightarrow \frac{\hat{A}}{1} = \frac{\hat{B}}{3} = \frac{\hat{E}}{4} = \frac{\hat{F}}{7}$.

Ta có: $\hat{A} + \hat{B} + \hat{E} + \hat{F} = 360^\circ$ (định lý) và theo tính chất dãy tỉ số bằng nhau ta có:

$$\frac{\hat{A}}{1} = \frac{\hat{B}}{3} = \frac{\hat{E}}{4} = \frac{\hat{F}}{7} = \frac{\hat{A} + \hat{B} + \hat{E} + \hat{F}}{1 + 3 + 4 + 7} = \frac{360^\circ}{15} = 24^\circ$$

Khi đó: $\hat{A} = 24^\circ$, $\hat{B} = 3.24^\circ = 72^\circ$, $\hat{E} = 4.24^\circ = 96^\circ$, $\hat{F} = 7.24^\circ = 168^\circ$.

Bài 11:

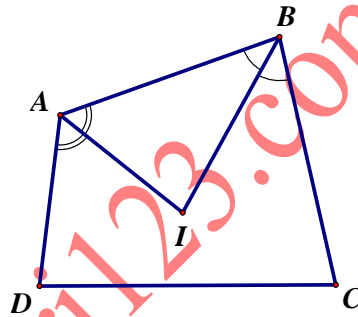
Ta có: $A : B : C : D = 1 : 2 : 4 : 5 \Rightarrow \frac{A}{1} = \frac{B}{2} = \frac{C}{4} = \frac{D}{5}$.

Ta có: $A + B + C + D = 360^\circ$ (định lý) và theo tính chất dãy tỉ số bằng nhau ta có:

$$\frac{A}{1} = \frac{B}{2} = \frac{C}{4} = \frac{D}{5} = \frac{A+B+C+D}{1+2+4+5} = \frac{360^\circ}{12} = 30^\circ$$

Khi đó: $A = 30^\circ$, $B = 2.30^\circ = 60^\circ$, $C = 4.30^\circ = 120^\circ$, $D = 5.30^\circ = 150^\circ$.

Bài 15.



Ta có: $\widehat{IAB} = \frac{A}{2}$ (vì AI là tia phân giác của A)

$$\widehat{IBA} = \frac{B}{2} \text{ (vì BI là tia phân giác của B)}$$

Trong tam giác ABI:

$$\widehat{AIB} = 180^\circ - \widehat{IAB} - \widehat{IBA} = 180^\circ - \frac{A+B}{2} = \frac{C+D}{2}$$

Bài 16.

Trên tia đối tia BA lấy điểm I sao cho $BI = AD$.

Ta có $\widehat{ADC} = \widehat{IBC}$ (cùng bù với góc ABC).

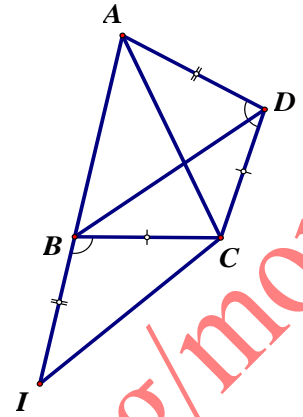
$AD = IB, DC = BC$. Từ đó ta có $\triangle ADC = \triangle IBC$

Suy ra: $\angle DAC = \angle BIC$ và $AC = IC$.

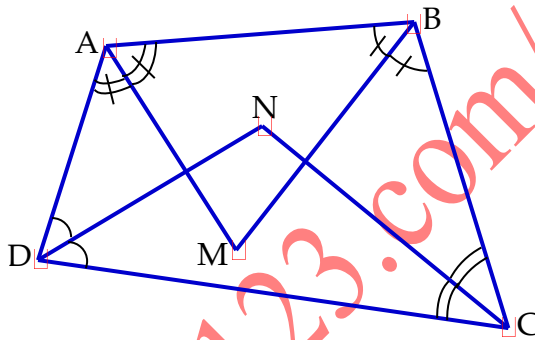
Tam giác ACI cân tại C nên

$$\angle BAC = \angle BIC = \angle DAC.$$

Vậy AC là phân giác trong góc BAD .



Bài 17:



Xét $\triangle CND$ có $\hat{C}ND + \hat{C}DN + \hat{D}CN = 180^\circ$ (định lý).

Xét $\triangle AMB$ có $\hat{A}MB + \hat{A}BM + \hat{B}AM = 180^\circ$ (định lý).

Do đó: $\hat{C}ND + \hat{C}DN + \hat{D}CN + \hat{A}MB + \hat{A}BM + \hat{B}AM = 360^\circ$

Mà $\hat{A}BM = \frac{\hat{B}}{2}$ (vì BM là tia phân giác của \hat{B}), $\hat{B}AM = \frac{\hat{A}}{2}$ (vì AM là

tia phân giác của \hat{A}), $\hat{D}CN = \frac{\hat{C}}{2}$ (vì CN là tia phân giác của \hat{C}), $\hat{C}DN = \frac{\hat{D}}{2}$

(vì DN là tia phân giác của \hat{D}).

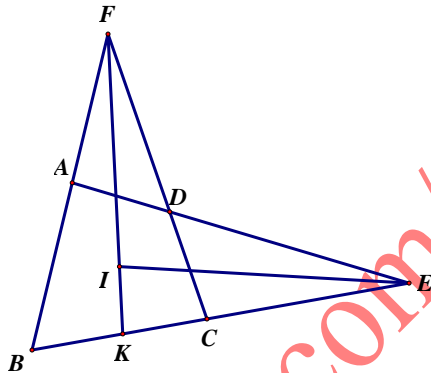
$$\Rightarrow \hat{C}ND + \hat{A}MB + \frac{\hat{B}}{2} + \frac{\hat{C}}{2} + \frac{\hat{B}}{2} + \frac{\hat{A}}{2} = 360^\circ$$

$$\Rightarrow \hat{C}ND + \hat{A}MB = 360^\circ - \frac{\hat{A} + \hat{B} + \hat{C} + \hat{D}}{2}$$

Mà trong tứ giác ABCD có $\hat{A} + \hat{B} + \hat{C} + \hat{D} = 360^\circ$ (định lý)

$$\Rightarrow \hat{C}ND + \hat{A}MB = 180^\circ \text{ (đpcm).}$$

Bài 18.



FI cắt BC tại K, suy ra K thuộc đoạn BC.

$$\Rightarrow \hat{E}IF = \hat{E}KI + \hat{I}EK \quad (\hat{E}IF \text{ là góc ngoài của } \triangle IKE)$$

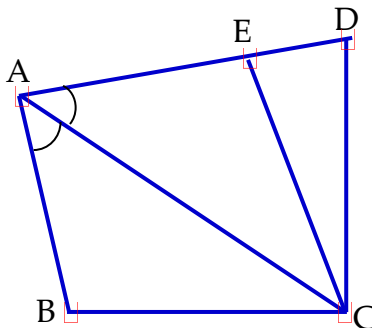
$$= \hat{B} + \hat{B}FK + \hat{I}EK \quad (\hat{C}KF \text{ là góc ngoài của } \triangle FBK)$$

$$\hat{B}FC = 180^\circ - (\hat{B} + \hat{C}) \Rightarrow \hat{B}FK = 90^\circ - \frac{\hat{B} + \hat{C}}{2}.$$

$$\hat{A}EB = 180^\circ - (\hat{A} + \hat{B}) \Rightarrow \hat{I}EK = 90^\circ - \frac{\hat{A} + \hat{B}}{2}.$$

$$\text{Vậy } \hat{E}IF = \hat{B} + 90^\circ - \frac{\hat{B} + \hat{C}}{2} + 90^\circ - \frac{\hat{A} + \hat{B}}{2} = 180^\circ - \frac{\hat{A} + \hat{C}}{2} = \frac{\hat{B} + \hat{D}}{2}$$

Bài 19:



a) Xét $\triangle ABC$ và $\triangle AEC$ có:

$$AB = AE \text{ (giả thiết)}$$

$$\hat{B}AC = \hat{E}AC \text{ (vì } AC \text{ là tia phân giác của góc } A).$$

AC chung.

$$\Rightarrow \triangle ABC = \triangle AEC \text{ (c-g-c)}.$$

$$\Rightarrow \hat{A}BC = \hat{A}EC \text{ (đpcm)} \quad (1)$$

b) Ta có $\triangle ABC = \triangle AEC$ (cmt)

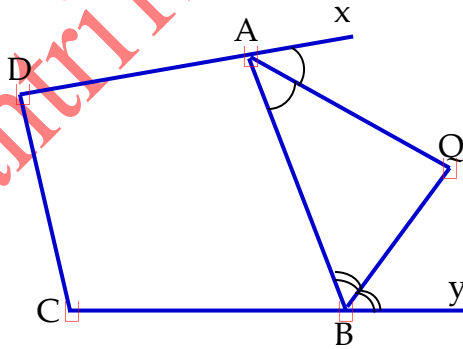
$$\Rightarrow CB = CE, \text{ mà } CB = CD \text{ (giả thiết)} \Rightarrow CE = CD$$

$$\Rightarrow \triangle CED \text{ cân tại } C \Rightarrow \hat{C}ED = \hat{C}DE \text{ hay } \hat{C}ED = \hat{B}$$

Mà $\hat{A}EC + \hat{C}ED = 180^\circ$ (hai góc kề bù), nên từ (1) và (2)

$$\Rightarrow \hat{B} + \hat{B} = 180^\circ$$

Bài 20:



Ta có AQ là tia phân giác của $\hat{x}AB$ là góc ngoài của \hat{A}

$$\Rightarrow \hat{Q}AB = \frac{\hat{x}AB}{2} = \frac{180^\circ - \hat{A}}{2}$$

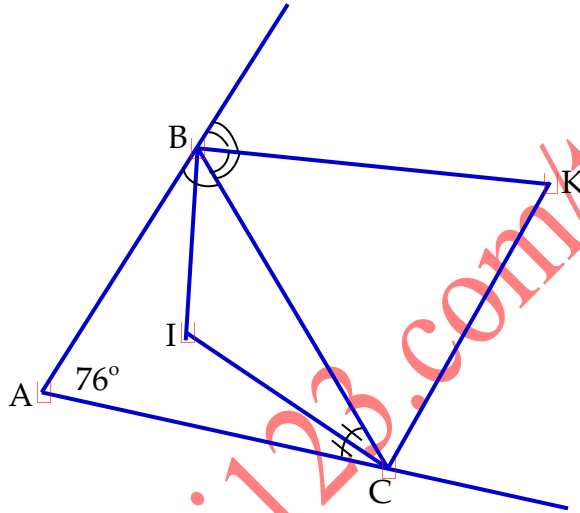
Ta có BQ là tia phân giác của $\hat{y}BA$ là góc ngoài của \hat{B}

$$\Rightarrow \hat{Q}BA = \frac{\hat{y}BA}{2} = \frac{180^\circ - \hat{B}}{2}$$

Trong tam giác ABQ có:

$$\hat{A}QB = 180^\circ - \hat{Q}AB - \hat{Q}BA = 180^\circ - \frac{180^\circ - \hat{A}}{2} - \frac{180^\circ - \hat{B}}{2} = \frac{\hat{A} + \hat{B}}{2}$$

Bài 21:



Ta có BI là tia phân giác của góc ABC, BK là tia phân giác góc ngoài đỉnh B

$$\Rightarrow \begin{cases} \hat{IBC} = \frac{\hat{ABC}}{2} & (1) \\ IB \perp BK \Rightarrow \hat{IBK} = 90^\circ \end{cases}$$

Ta có CI là tia phân giác của góc ACB, CK là tia phân giác góc ngoài đỉnh C

$$\Rightarrow \begin{cases} \hat{ICK} = \frac{\hat{ACB}}{2} & (1) \\ IC \perp CK \Rightarrow \hat{ICK} = 90^\circ \end{cases}$$

Trong tam giác BIC có:

$$\begin{aligned} \hat{BIC} &= 180^\circ - (\hat{IBC} + \hat{ICB}) = 180^\circ - \frac{\hat{ABC} + \hat{ACB}}{2} \\ &= 180^\circ - \frac{180^\circ - \hat{A}}{2} = \frac{180^\circ + \hat{A}}{2} \end{aligned}$$

Mà $\hat{A} = 76^\circ$, nên $\hat{BIC} = 128^\circ$

Trong tứ giác IBKC có: $\hat{BIC} + \hat{ICK} + \hat{IBK} + \hat{BKC} = 360^\circ \Rightarrow \hat{BKC} = 52^\circ$

Bài 22:

a) Tứ giác ABCD có $\hat{A} = 90^\circ$, $\hat{D} = 90^\circ$ nên: $AB \perp AD$ và $DC \perp AD$
 $\Rightarrow AB \parallel DC$ (từ vuông góc đến song song).

b) Xét tứ giác ABCD có $\hat{A} + \hat{B} + \hat{C} + \hat{D} = 360^\circ$ (định lý)

Mà $\hat{A} = 90^\circ$, $\hat{D} = 90^\circ$

$$\Rightarrow \hat{B} + \hat{C} = 180^\circ \quad (*)$$

Nếu \hat{B} , \hat{C} đều là các góc tù, tức là $\hat{B} > 90^\circ$, $\hat{C} > 90^\circ \Rightarrow \hat{B} + \hat{C} > 180^\circ$
(mâu thuẫn với (*))

Nếu \hat{B} , \hat{C} đều là các góc nhọn, tức là $\hat{B} < 90^\circ$, $\hat{C} < 90^\circ \Rightarrow \hat{B} + \hat{C} < 180^\circ$
(mâu thuẫn với (*))

Vậy trong hai góc \hat{B} , \hat{C} phải có một góc nhọn.