https://www.quantri123.com/tag/mon-toan/

UBND TỈNH BẮC NINH
SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO

ĐỀ CHÍNH THỨC

ĐỀ THI TUYỂN SINH VÀO LỚP 10 THPT CHUYÊN
Năm học 2012 – 2013
Môn thi: Toán *(Dành cho thí sinh thi vào chuyên Toán, Tin)*
Thời gian làm bài: 150 phút *(Không kể thời gian giao đề)*
Ngày thi: 30 tháng 6 năm 2012.

Bài 1 ***(2,5 điểm)***

1/ Rút gọn biểu thức sau:

$$A=\sqrt{4-\sqrt{10-2\sqrt{5}}}-\sqrt{4+\sqrt{10-2\sqrt{5}}}.$$

2/ Giải phương trình:

$$x^2+\sqrt{x^2-2x-19}=2x+39.$$

Bài 2 ***(2,0 điểm)***

1/ Cho ba số a, b, c thỏa mãn: $4a-5b+9c=0$. Chứng minh rằng phương trình $ax^2+bx+c=0$ luôn có nghiệm.

2/ Giải hệ phương trình: $\begin{cases} xy+y^2+x=7y \\ \frac{x}{y}(x+y)=12 \end{cases}$

Bài 3 ***(1,5 điểm)***

1/ Cho ba số dương a, b, c thỏa mãn: $a+b+c=1$. Chứng minh rằng:

$$(1+a)(1+b)(1+c)\ge 8(1-a)(1-b)(1-c).$$

2/ Phân chia chín số: $1,2,3,4,5,6,7,8,9$ thành ba nhóm tùy ý, mỗi nhóm ba số. Gọi T_1 là tích ba số của nhóm thứ nhất, T_2 là tích ba số của nhóm thứ hai, T_3 là tích ba số của nhóm thứ ba. Hỏi tổng $T_1+T_2+T_3$ có giá trị nhỏ nhất là bao nhiêu?

Bài 4 ***(2,5 điểm)***

Cho đường tròn tâm O bán kính R và dây cung BC cố định khác đường kính. Gọi A là một điểm chuyển động trên cung lớn BC của đường tròn (O) sao cho tam giác ABC nhọn; AD,BE,CF là các đường cao của tam giác ABC. Các đường thẳng BE, CF tương ứng cắt (O) tại các điểm thứ hai là Q, R.

1/ Chứng minh rằng QR song song với EF.

2/ Chứng minh rằng diện tích tứ giác AEOF bằng $\frac{EF.R}{2}$.

3/ Xác định vị trí của điểm A để chu vi tam giác DEF lớn nhất.

Bài 5 ***(1,5 điểm)***

1/ Tìm hai số nguyên a,b để a^4+4b^4 là số nguyên tố.

2/ Hãy chia một tam giác bất kì thành 7 tam giác cân trong đó có 3 tam giác bằng nhau.

----------*Hết*----------

(Đề thi gồm có 01 trang)

https://www.quantri123.com/tag/mon-toan/

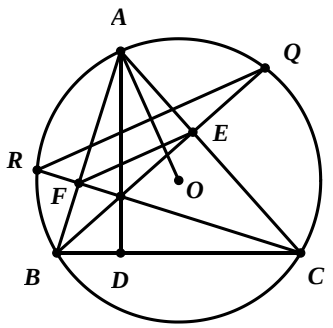
Họ và tên thí sinh:……..Số báo danh:……

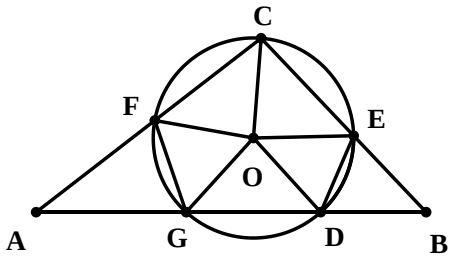
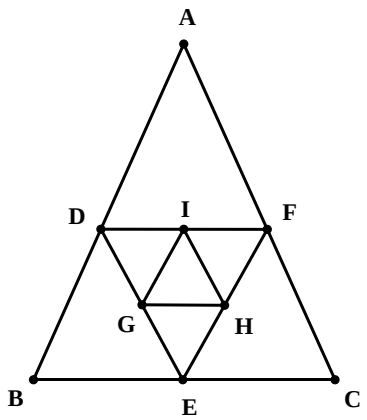
UBND TỈNH BẮC NINH
SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO

HƯỚNG DẪN CHẤM
ĐỀ THI TUYỂN SINH VÀO LỚP 10 THPT CHUYÊN
Năm học 2012 – 2013
Môn thi: Toán *(Dành cho thí sinh thi vào chuyên toán, tin)*

Bài	Đáp án	Điểm
1 *(2,5 điểm)*	**1/ Rút gọn biểu thức sau:** $A=\sqrt{4-\sqrt{10-2\sqrt{5}}}-\sqrt{4+\sqrt{10-2\sqrt{5}}}$ **.**	***1,5***
	Nhận xét rằng $A<0$.	0,25
	$A^2=4-\sqrt{10-2\sqrt{5}}+4+\sqrt{10-2\sqrt{5}}-2\sqrt{\left(4-\sqrt{10-2\sqrt{5}}\right)\left(4+\sqrt{10-2\sqrt{5}}\right)}$	0,25
	$=8-2\sqrt{6+2\sqrt{5}}$	0,25
	$=8-2\sqrt{\left(\sqrt{5}+1\right)^2}$	0,25
	$=6-2\sqrt{5}=\left(\sqrt{5}-1\right)^2$.	0,25
	Vậy $A=1-\sqrt{5}$	0,25
	Giải phương trình: $x^2+\sqrt{x^2-2x-19}=2x+39$ **(*)**	***1,0***
	Đặt $t=\sqrt{x^2-2x-19}\ge 0$.	0,25
	(*) trở thành: $t^2+t-20=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} t=4 \quad \text{(nhận)} \\ t=-5 \ \text{(loại)} \end{array}\right.$	0,25
	$t=4 \Rightarrow x^2-2x-19=16 \Leftrightarrow x^2-2x-35=0$.	0,25
	$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=7 \\ x=-5 \end{array}\right.$.	0,25
2 *(2,0 điểm)*	**1/ Cho** $4a-5b+9c=0$**, chứng minh phương trình** $ax^2+bx+c=0$ **luôn có nghiệm.**	***1,0***
	Xét trường hợp a = 0. Nếu b = 0 thì từ $4a-5b+9c=0$, ta suy ra c = 0, do đó phương trình (1) nghiệm đúng với mọi $x\in\mathbb{R}$.	0,25
	Còn nếu $b\ne 0$, phương trình (1) trở thành $bx+c=0$, có nghiệm $x=-\frac{c}{b}$. Trường hợp $a\ne 0$, (1) là phương trình bậc hai. Từ $4a-5b+9c=0$, ta có $b=\frac{4a+9c}{5}$. Suy ra,	0,25
	$\Delta=b^2-4ac=\frac{(4a+9c)^2}{25}-4ac=\frac{16a^2-28ac+81c^2}{25}=\frac{(2a-7c)^2+12a^2+32c^2}{25}>0$.	0,25
	Do đó, (1) có hai nghiệm phân biệt. Vậy trong mọi trường hợp, (1) luôn có nghiệm.	0,25
	2/ Giải hệ phương trình: $\begin{cases} xy+y^2+x=7y \\ \frac{x}{y}(x+y)=12 \end{cases}$	***1,0***
	ĐK: $y\ne 0$	0,25

	Hệ tương đương với $\begin{cases} x+y+\dfrac{x}{y}=7 \\ \dfrac{x}{y}(x+y)=12 \end{cases}$, đặt $u=x+y, v=\dfrac{x}{y}$ ta có hệ: $\begin{cases} u+v=7 \\ uv=12 \end{cases}$	
	$\Leftrightarrow \begin{cases} u=3 \\ v=4 \end{cases} \vee \begin{cases} u=4 \\ v=3 \end{cases}$	0,25
	Với $u=4, v=3$ ta có hệ $\begin{cases} \dfrac{x}{y}=3 \\ x+y=4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=3 \\ y=1 \end{cases}$	0,25
	Với $u=3, v=4$ ta có hệ $\begin{cases} \dfrac{x}{y}=4 \\ x+y=3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=\dfrac{12}{5} \\ y=\dfrac{3}{5} \end{cases}$	0,25
3 *(1,5 điểm)*	**1/ Cho ba số dương a, b, c thỏa mãn:** $a+b+c=1$**. Chứng minh rằng:** $(1+a)(1+b)(1+c)\ge 8(1-a)(1-b)(1-c)$.	***1,0***
	Từ a + b + c = 1 ta có 1 + a = (1 – b) + (1 – c) ≥ $2\sqrt{(1-b)(1-c)}$ (Vì a, b, c <1 nên 1 – b ; 1 – c ; 1 – a là các số dương).	0,25
	Tương tự ta có 1 + b ≥ $2\sqrt{(1-c)(1-a)}$ và 1 + c ≥ $2\sqrt{(1-a)(1-b)}$.	0,25
	Nhân các vế của ba BĐT ta có: $(1+a)(1+b)(1+c)\ge 8(1-a)(1-b)(1-c) \Rightarrow$ đpcm.	0,25
	Dấu bằng xảy ra khi và chỉ khi $a=b=c=\dfrac{1}{3}$.	0,25
	2/ Phân chia chín số: $1,2,3,4,5,6,7,8,9$ **thành ba nhóm tùy ý, mỗi nhóm ba số. Gọi** T_1 **là tích ba số của nhóm thứ nhất,** T_2 **là tích ba số của nhóm thứ hai,** T_3 **là tích ba số của nhóm thứ ba. Hỏi tổng** $T_1+T_2+T_3$ **có giá trị nhỏ nhất là bao nhiêu?**	***0,5***
	Ta có: $T_1+T_2+T_3\ge 3\sqrt[3]{T_1.T_2.T_3}$ $T_1.T_2.T_3=1.2.3.4.5.6.7.8.9=72.72.70>71^3$	0,25
	Do đó, $T_1+T_2+T_3>213$ mà T_1,T_2,T_3 nguyên nên $T_1+T_2+T_3\ge 214$. Ngoài ra, $214=72+72+70=1.8.9+3.4.6+2.5.7$. Nên giá trị nhỏ nhất của $T_1+T_2+T_3$ là 214.	0,25
4 *(2,5 điểm)*	**Cho đường tròn tâm O bán kính R và dây cung BC cố định khác đường kính. Gọi A là một điểm chuyển động trên cung lớn BC của đường tròn (O) sao cho tam giác ABC nhọn; AD,BE,CF là các đường cao của tam giác ABC. Các đường thẳng BE, CF tương ứng cắt (O) tại các điểm thứ hai là Q, R.** **1/ Chứng minh rằng QR song song với EF.**	***1,0***

	 Vì $BEC = BFC = 90^0$ nên tứ giác BCEF nội tiếp đường tròn đường kính BC.	0,25
	Suy ra, $BEF = BCF$.	0,25
	Mà $BCF = BQR\left(=\frac{1}{2}\text{sđ } BR\right)$ nên $BEF = BQR$.	0,25
	Suy ra, $QR//EF$.	0,25
	2/ Chứng minh rằng diện tích tứ giác AEOF bằng $\frac{EF.R}{2}$.	***0,5***
	Vì tứ giác BCEF nội tiếp nên $EBF = ECF$ mà $EBF = \frac{1}{2}\text{sđ } AQ, ECF = \frac{1}{2}\text{sđ } AR$ nên $AQ = AR$.	0,25
	Do đó, $OA \perp QR$ mà $QR//EF$ nên $OA \perp EF$. Vì $OA \perp EF$ nên $S_{AEOF} = \frac{EF.OA}{2} = \frac{EF.R}{2}$.	0,25
	3/ Xác định vị trí của điểm A để chu vi tam giác DEF lớn nhất.	***1,0***
	Tương tự câu 2, $2S_{BFOD} = FD.R, 2S_{CDOE} = DE.R$. Mà tam giác ABC nhọn nên O nằm trong tam giác ABC.	0,25
	Suy ra, $2S_{ABC} = 2S_{AEOF} + 2S_{BFOD} + 2S_{CDOE} = R(DE + EF + FD)$.	0,25
	Vì R không đổi nên đẳng thức trên suy ra chu vi tam giác DEF lớn nhất khi và chỉ khi diện tích tam giác ABC lớn nhất.	0,25
	Mà $S_{ABC} = \frac{1}{2}BC.AD$ với BC không đổi nên S_{ABC} lớn nhất khi AD lớn nhất. Khi đó, A là điểm chính giữa của cung lớn BC.	0,25
5 *(1,5 điểm)*	**1/ Tìm hai số nguyên a, b để $a^4 + 4b^4$ là số nguyên tố.**	***1,0***
	$a^4 + 4b^4 = (a^2 - 2ab + 2b^2)(a^2 + 2ab + 2b^2)$.	0,25
	Vì $a^2 - 2ab + 2b^2 \ge 0; a^2 + 2ab + 2b^2 \ge 0$. Nên $a^4 + 4b^4$ nguyên tố $\Leftrightarrow$ Một thừa số là 1 còn thừa số kia là số nguyên tố .	0,25
	TH1: $a^2 - 2ab + 2b^2 = 1 \Leftrightarrow (a-b)^2 + b^2 = 1 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}\begin{cases}(a-b)^2 = 1\\ b^2 = 0\end{cases} (1)\\ \begin{cases}(a-b)^2 = 0\\ b^2 = 1\end{cases} (2)\end{array}\right.$ *Với $(1) \Rightarrow b = 0 \Rightarrow a^2 = 1 \Rightarrow M = 1$ (loại). *Với $(2) \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}a = b = 1\\ a = b = -1\end{array}\right.$ (thỏa mãn).	0,25

	TH2: $a^2+2ab+2b^2=1 \Leftrightarrow (a+b)^2+b^2=1 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}\begin{cases}(a+b)^2=1\\ b^2=0\end{cases} (3)\\ \begin{cases}(a+b)^2=0\\ b^2=1\end{cases} (4)\end{array}\right.$ *Với $(3) \Rightarrow b=0 \Rightarrow a^2=1 \Rightarrow M=1$ (loại). *Với $(4) \Leftrightarrow \begin{cases}a=1\\ b=-1\end{cases} \vee \begin{cases}a=-1\\ b=1\end{cases}$ (thỏa mãn). Vậy các cặp số $(a;b)$ cần tìm là: $(1;1),(1;-1),(-1;1),(-1;-1)$.	0,25
	2/ Hãy chia một tam giác bất kì thành 7 tam giác cân trong đó có 3 tam giác bằng nhau.	***0,5***
	 **Trường hợp 1:**Tam giác ABC không cân. Giả sử AB là cạnh lớn nhất của tam giác ABC. Vẽ cung tròn tâm A, bán kính AC cắt AB tại D. Vẽ cung tròn tâm B, bán kính BD cắt BC tại E. Vẽ cung tròn tâm C, bán kính CE cắt AC tại F. Vẽ cung tròn tâm A, bán kính AF cắt AB tại G. Dễ dàng chứng minh 5 điểm C,D,E,F,G thuộc đường tròn tâm O với O là tâm đường tròn nội tiếp tam giác ABC. Nối 5 điểm đó với O, nối A, B với O, nối F với G, D với E ta được 7 tam giác cân: $AGF, OGF, ODG, BDE, ODE, OCE, OCF$. Trong đó, có ba tam giác bằng nhau là: OCE, OCF, OGD.	0,25
	 **Trường hợp 2:** Tam giác ABC cân. Giả sử tam giác ABC cân tại A. Gọi D, E, F, G, H, I lần lượt là trung điểm các đoạn thẳng: AB, BC, CA, DE, EF, FD. Khi đó, ta có 7 tam giác cân ADF, BDE, CEF, DGI, EGH, FHI, GHI trong đó ba tam giác bằng nhau là: ADF, BDE, CEF.	0,25

https://www.quantri123.com/tag/mon-toan/

Các chú ý khi chấm:

1. Bài làm của học sinh phải chi tiết, lập luận chặt chẽ, tính toán chính xác mới được điểm tối đa.

2. Với các cách giải đúng nhưng khác đáp án, tổ chấm trao đổi và thống nhất điểm chi tiết (đến 0,25 điểm) nhưng không được vượt quá số điểm dành cho bài hoặc phần đó. Trong trường hợp sai sót nhỏ có thể cho điểm nhưng phải trừ điểm chỗ sai đó.

*3. Với **Bài 4** và **Bài 5.2** không cho điểm bài làm nếu học sinh không vẽ hình.*

4. Mọi vấn đề phát sinh trong quá trình chấm phải được trao đổi trong tổ chấm và chỉ cho điểm theo sự thống nhất của cả tổ.

*5. Điểm toàn bài là tổng số điểm các phần đã chấm, **không làm tròn điểm**.*