https://www.quantri123.com/tag/mon-toan/

UBND TỈNH BẮC NINH
SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO

ĐỀ CHÍNH THỨC

ĐỀ THI TUYỂN SINH VÀO LỚP 10 THPT CHUYÊN
NĂM HỌC 2009 - 2010
Môn thi: Toán
Thời gian: **150** phút ***(Không kể thời gian giao đề)***
Ngày thi: 09 □ 07 □ 2009

Bài 1: ***(2,0 điểm)***

Giải các phương trình sau:

1/ $\sqrt{x+1} = x - 1$

2/ $\sqrt{x^2 - 2x + 1} + \sqrt{x^2 + 4x + 4} = 3$

Bài 2: ***(2,5 điểm)***

Cho hàm số $y = \sqrt{x^2 - 4x + 4} + \sqrt{4x^2 + 4x + 1} + ax$ (x là biến số)

1/ Xác định a để hàm số luôn đồng biến.

2/ Xác định a để đồ thị hàm số đi qua điểm B(1; 6). Vẽ đồ thị (C) của hàm số đã cho với a vừa tìm được.

3/ Dùng đồ thị (C) biện luận theo m số nghiệm của phương trình sau:

$$\sqrt{x^2 - 4x + 4} + \sqrt{4x^2 + 4x + 1} = x + m$$

Bài 3: ***(2,5 điểm)***

Cho tam giác ABC vuông tại A. Dựng các đường tròn (O) và (O') có đường kính tương ứng là AB và AC, các đường tròn này cắt nhau tại A và D.

1/ Chứng minh rằng B, C, D thẳng hàng, từ đó suy ra hệ thức:

$$\frac{1}{AD^2} = \frac{1}{AB^2} + \frac{1}{AC^2}$$

2/ Gọi M là điểm chính giữa của cung nhỏ CD; AM cắt BC tại E và cắt đường tròn (O) tại điểm thứ hai N. Chứng minh tam giác ABE cân.

3/ Gọi I là trung điểm của MN. Chứng minh: $OIO' = 90^0$.

Bài 4: ***(2,0 điểm)***

1/ Chứng minh rằng nếu a, b, c là 3 số thỏa mãn:

$a + b + c = 2009$ và $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} = \frac{1}{2009}$ thì một trong ba số phải có một số bằng 2009.

2/ Cho tam giác ABC, AD là phân giác trong của góc A. Chứng minh rằng:

$$AD^2 = AB.AC - DB.DC.$$

Bài 5: ***(1,0 điểm)***

Có 9 chiếc bàn vừa màu xanh vừa màu đỏ xếp thành một hàng dọc cách đều nhau. Chứng minh rằng có ít nhất một chiếc bàn được xếp cách 2 bàn cùng màu với mình một khoảng cách như nhau.

--------------------- Hết --------------------

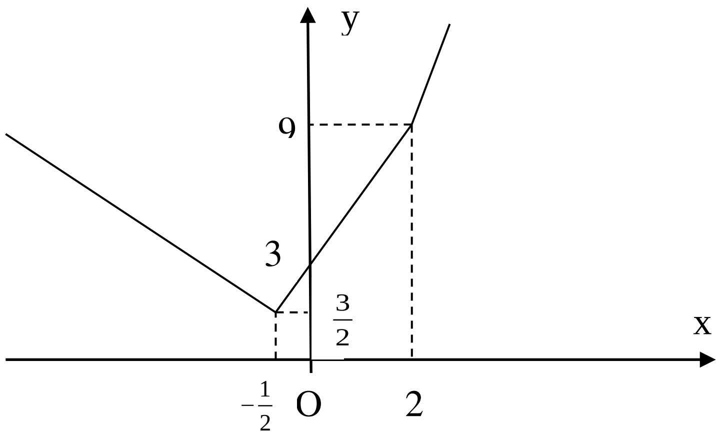
HƯỚNG DẪN CHẤM MÔN TOÁN

(Thi tuyển sinh vào THPT Chuyên năm học 2009 – 2010)

Câu	**ý**	**Nội dung**	**Điểm**
1	1/	$\sqrt{x+1} = x-1 \Leftrightarrow \begin{cases} x-1 \geq 0 \\ x+1 = (x-1)^2 \end{cases}$	0,25đ
		$\Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 1 \\ x^2 - 3x = 0 \end{cases}$	0,25đ
		$\Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 1 \\ \left[\begin{array}{l} x = 0 \\ x = 3 \end{array}\right. \end{cases}$	0,25đ
		$\Leftrightarrow x = 3$	0,25đ
	2/	$\sqrt{x^2 - 2x + 1} + \sqrt{x^2 + 4x + 4} = 3 \Leftrightarrow \sqrt{(x-1)^2} + \sqrt{(x+2)^2} = 3$ $\Leftrightarrow \lvert x-1 \rvert + \lvert x+2 \rvert = 3$ (*)	0.25đ
		+ Với $x < -2$ thì (*) $1 - x - x - 2 = 3 \Leftrightarrow x = -2$ (loại) + Với $-2 \leq x < 1$ thì (*) $\Leftrightarrow 1 - x + x + 2 = 3 \Leftrightarrow 0x = 0$ (đúng với mọi x thỏa mãn $-2 \leq x < 1$) + Với $x \geq 1$ thì (*) $\Leftrightarrow x - 1 + x + 2 = 3 \Leftrightarrow x = 1$(t/m)	0.50đ
		Vậy nghiệm của PT đã cho là: $-2 \leq x \leq 1$	0.25đ
2	1/	Ta có $y = \lvert x-2 \rvert + \lvert 2x+1 \rvert + ax$	0,25đ
		$\Leftrightarrow y = \begin{cases} 2 - x - 2x - 1 + ax; & x < -\frac{1}{2} \\ 2 - x + 2x + 1 + ax; & -\frac{1}{2} \leq x < 2 \\ x - 2 + 2x + 1 + ax; & x \geq 2 \end{cases}$	0.25đ
		$\Leftrightarrow y = \begin{cases} (a-3)x + 1; & x < -\frac{1}{2} \\ (a+1)x + 3; & -\frac{1}{2} \leq x < 2 \\ (a+3)x - 1; & x \geq 2 \end{cases}$	0.25đ
		Vậy hàm (C) luôn đồng biến khi: $\begin{cases} a > 3 \\ a > -1 \\ a > -3 \end{cases} \Leftrightarrow a > 3$	0,25đ
	2/	+ Vì đồ thị đi qua điểm B(1; 6) nên ta có: $6 = \lvert 1-2 \rvert + \lvert 2.1+1 \rvert + a.1$ $\Leftrightarrow a = 2$ Vậy a = 2 thì đồ thị đi qua điểm B(1; 6)	0,25đ
			0,25đ

<table>
<tr><td></td><td></td><td>
+Với a = 2 thì $y=\begin{cases} -x+1; & x<-\frac{1}{2} \\ 3x+3; & -\frac{1}{2}\le x<2 \\ 5x-1; & x\ge 2 \end{cases}$ (C)

Đồ thị được vẽ như sau:



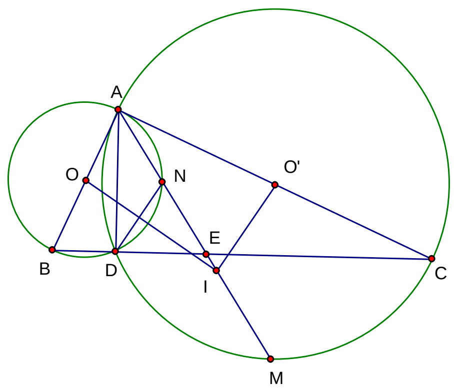
</td><td>0.25đ</td></tr>
<tr><td></td><td>3/</td><td>
Ta có: $\sqrt{x^2-4x+4}+\sqrt{4x^2+4x+1}=x+m$

$\Leftrightarrow |x-2|+|2x+1|+2x=3x+m$ **(*)**

Số nghiệm của phương trình (*) chính là số giao điểm của đường thẳng y = 3x + m và đồ thị $y=|x-2|+|2x+1|+2x$. Ta thấy y=3x+ m là đường thẳng song song với đường thẳng y = 3x + 3. Dựa vào đồ thị hàm số đã vẽ ở ý 2/ ta có:

+ m < 3 thì PT vô nghiệm.

+ m = 3 thì PT có vô số nghiệm.

+ m > 3 thì PT có 2 nghiệm.
</td><td>0,25đ
0,25đ
0,25đ</td></tr>
<tr><td>3</td><td>1/</td><td>


+ Ta có $ADB=ADC=90^0$ (góc nội tiếp chắn nửa đường tròn)

$\Rightarrow ADB+ADC=BDC=180^0$

$\Rightarrow$B, C, D thẳng hàng.

+ Xét ΔABC vuông tại A, đường cao AD. Ta có: $\frac{1}{AB^2}+\frac{1}{AC^2}=\frac{1}{AD^2}$
</td><td>0,25đ
0,25đ
0,25đ</td></tr>
<tr><td></td><td>2/</td><td>
Ta có $BAE=BAD+DAE$

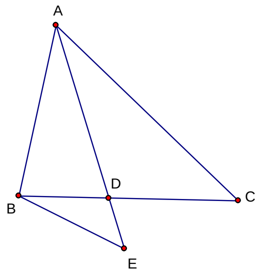
Mà $BAD=ACE$ (=1/2 sđ AD của (O')).

$DAE=CAE$ $(DM=MC)$

$\Rightarrow ACE+CAE=AEB=BAE$

Suy ra ΔABE cân tại B.
</td><td>0,25đ
0.25đ
0,25đ
0,25đ</td></tr>
<tr><td></td><td>3/</td><td>
+ Vì AC là tiếp tuyến của (O) $\Rightarrow CAN=ADN$ (cùng chắn AN)

Mà $MAD=MAC$ (cùng chắn hai cung bằng nhau của (O'))
</td><td></td></tr>
</table>

		$\Rightarrow NAD = NDA$ $\Rightarrow NA = ND \Rightarrow$ N nằm trên đường trung trực của đoạn $AD \Rightarrow N \in OO'$ Ta có $\Delta NO'M$ vuông tại O', có IO'= IN $\Rightarrow INO' = IO'N$ Mà $INO' = ANO$, $ANO = OAN \Rightarrow OAI = OO'I \Rightarrow$ tứ giác AOIO' nội tiếp $\Rightarrow OAO' + OIO' = 180^0 \Rightarrow OIO' = 90^0 \left(\text{do } OAO' = 90^0\right)$	0,25đ 0,25đ 0.25đ
4	1/	 Trên tia AD lấy điểm E sao cho $AEB = ACB$. Dễ thấy $\Delta ACD \backsim \Delta AEB(g-g)$ $\Rightarrow \frac{AB}{AE} = \frac{AD}{AC} \Rightarrow AB.AC = AD.AE = AD(AD + DE)$ $\Rightarrow AB.AC = AD^2 + AD.DE$ $\Rightarrow AD^2 = AB.AC - AD.DE \quad (1)$ Mặt khác: $\Delta BDE \backsim \Delta ADC \Rightarrow \frac{BD}{DE} = \frac{AD}{DC} \Rightarrow BD.DC = DE.AD \quad (2)$ Từ (1) và (2) suy ra: $AD^2 = AB.AC - DB.DC$.	0.25đ 0,25đ 0.25đ 0,25đ
	2/	Từ giả thiết suy ra $\Rightarrow \frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} = \frac{1}{a+b+c} \Rightarrow \left(\frac{1}{a} + \frac{1}{b}\right) + \left(\frac{1}{c} - \frac{1}{a+b+c}\right) = 0$ $\Rightarrow \frac{a+b}{ab} + \frac{a+b}{c(a+b+c)} = 0 \Rightarrow (a+b)\left(c(a+b+c) + ab\right) = 0$ $\Rightarrow (a+b)(b+c)(c+a) = 0$ $\Rightarrow \left[\begin{array}{l} a+b=0 \\ b+c=0 \\ c+a=0 \end{array}\right.$ + Nếu a+b=0 thì từ a + b + c = 2009 ta có c = 2009 + Tương tự khi b+c=0, c+a =0.	0,25đ 0,25đ 0,25đ 0,25đ
5/		+ Gọi tên theo thứ tự 9 chiếc bàn là B_1,B_2,B_3, B_4,B_5,B_6 B_7,B_8,B_9. Giả sử không có bàn nào được xếp cách đều hai bàn cùng màu với mình (*). + Không mất tổng quát, giả sử B_5 là bàn màu xanh, khi đó B_4 và B_6 không thể cùng màu xanh. Có hai khả năng: - B_4 và B_6 cùng màu đỏ. Do đó B_4 cách đều B_2 và B_6, còn B_6 cách đều B_4 và B_8 nên B_2 và B_8 cùng màu xanh, suy ra B_5 được xếp cách đều hai bàn cùng màu xanh là B_2 và B_8, trái với giả thiết (*). - B_4 và B_6 khác màu, không mất tổng quát, giả sử B_4 màu xanh còn B_6 màu đỏ. Do B_4 cách đều B_3 và B_5 nên B_3 là bàn màu đỏ. Do B_6 cách đều B_3 và B_9 nên B_9 là bàn màu xanh. Do B_5 cách đều B_1 và B_9 nên B_1 màu đỏ. Do B_2 cách đều B_1 và B_3 nên B_2 màu xanh. Do B_5 cách đều B_2 và B_8 nên B_8 có màu đỏ. Do B_6 và B_8 cùng có màu đỏ nên B_7 có màu xanh. Như vậy B_7 được xếp cách đều hai bàn cùng màu xanh là B_5 và B_9, trái với giả thiết (*) Vậy cả hai khả năng trên đều dẫn đến vô lý nên điều giả sử (*) là	0,25đ 0,25đ 0,25đ 0,25đ

		sai. Như vậy có ít nhất một bàn được xếp cách đều với hai bàn cùng màu với mình.	

Ghi chú: Các cách giải khác đúng theo yêu cầu vẫn cho điểm tối đa.

============= Hết ============