

ĐỀ CHÍNH THỨC

Bài 1: Cho biểu thức: $A = \frac{2(x^4 + 4x^2 - 12) + x^4 + 11x^2 + 30}{x^2 + 6} - 2x$

- 1) Rút gọn biểu thức A.
- 2) Tìm các giá trị của x để A = 6
- 3) Tìm giá trị nhỏ nhất của A.

Bài 2:

1) Cho các số thực a, b thỏa mãn $a^{102} + b^{102} = a^{101} + b^{101} = a^{100} + b^{100}$. Tính giá trị biểu thức: $P = a^{2012} + b^{2012}$.

2) Giải phương trình: $\frac{4x^2 + 14}{x^2 + 6} - \frac{5}{x^2 + 1} = \frac{7}{x^2 + 3} + \frac{9}{x^2 + 5}$

Bài 3: Cho hình vuông ABCD có hai đường chéo cắt nhau tại O. Một đường thẳng qua A cắt đoạn BC tại M và cắt đường thẳng CD tại N. Trên AB lấy I sao cho BI = CM. Chứng minh:

- a) Tam giác IOM đồng dạng với tam giác BOC.
- b) IM // BN.

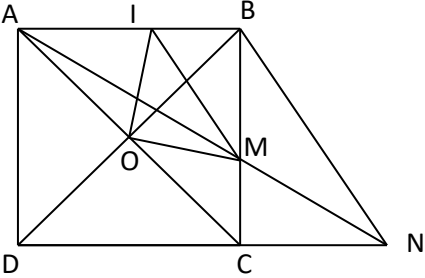
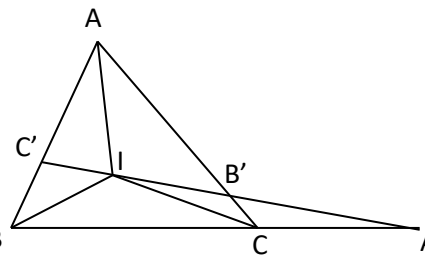
Bài 4: Cho tam giác ABC có I là giao điểm ba đường phân giác trong. Một đường thẳng qua I cắt tia BC và các đoạn AC, AB lần lượt tại A', B', C'. Chứng minh rằng:

$$\frac{BC}{IA'} + \frac{AC}{IB'} = \frac{AB}{IC'}$$

Bài 5: Cho ba số dương a, b, c có tổng bằng 1. Chứng minh rằng:

$$\frac{a}{2a+b+c} + \frac{b}{a+2b+c} + \frac{c}{a+b+2c} \leq \frac{3}{4}$$

HƯỚNG DẪN

Bài	Hướng dẫn chấm	Điểm
1	ĐKXĐ: $x \in \mathbb{R}$ $A = \frac{2(x^4 + 4x^2 - 12) + x^4 + 11x^2 + 30}{x^2 + 6} - 2x = \frac{3x^4 + 19x^2 + 6 - 2x^3 - 12x}{x^2 + 6}$ $= \frac{(x^2 + 6)(3x^2 - 2x + 1)}{x^2 + 6} = 3x^2 - 2x + 1$	3đ
	$A = 6 \Leftrightarrow 3x^2 - 2x + 1 = 6 \Leftrightarrow (x+1)(3x-5) = 0$ $\Leftrightarrow \begin{cases} x+1=0 \\ 3x-5=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=-1 \\ x=\frac{5}{3} \end{cases}$	2đ
	$A = 3x^2 - 2x + 1 = 3\left(x^2 - \frac{2}{3}x + \frac{1}{3}\right) = 3\left(x - \frac{1}{3}\right)^2 + \frac{2}{3} \geq \frac{2}{3}$ Vậy GTNN của A bằng $\frac{2}{3}$ khi và chỉ khi $x = 1/3$	2đ
2	Ta có $a^{102} + b^{102} = (a+b)(a^{101} + b^{101}) - ab(a^{100} + b^{100})$ Theo giả thiết $a^{102} + b^{102} = a^{101} + b^{101} = a^{100} + b^{100}$ nên ta có: $1 = a + b - ab \Leftrightarrow (a-1)(b-1) = 0 \Leftrightarrow a = b = 1.$ Do đó $P = 2.$	2đ
	ĐKXĐ: $\forall x \in \mathbb{R}.$ $\frac{4x^2+14}{x^2+6} - \frac{5}{x^2+1} = \frac{7}{x^2+3} + \frac{9}{x^2+5} \Leftrightarrow 3 + \frac{x^2-4}{x^2+6} - \frac{5}{x^2+1} - \frac{7}{x^2+3} - \frac{9}{x^2+5} = 0$ $\Leftrightarrow \frac{x^2-4}{x^2+6} + 1 - \frac{5}{x^2+1} + 1 - \frac{7}{x^2+3} + 1 - \frac{9}{x^2+5} = 0$ $\Leftrightarrow \frac{x^2-4}{x^2+6} + \frac{x^2-4}{x^2+1} + \frac{x^2-4}{x^2+3} + \frac{x^2-4}{x^2+5} = 0$ $\Leftrightarrow (x^2-4)\left(\frac{1}{x^2+6} + \frac{1}{x^2+1} + \frac{1}{x^2+3} + \frac{1}{x^2+5}\right) = 0$ $\Leftrightarrow x^2 - 4 = 0 \Leftrightarrow x = \pm 2$	2đ
3	 <p>a) Ta có $\Delta BIO = \Delta CMO$ (cgc) $\Rightarrow BOI = COM, OI = OM \Rightarrow MOI = 90^\circ$ suy ra ΔMOI vuông cân $\Rightarrow \Delta IOM \sim \Delta BOC.$ b) Ta có: $\frac{BI}{AB} = \frac{CM}{AD} = \frac{MN}{AN} \Rightarrow IM // BN$</p>	3đ
	 <p>Ta có AI là phân giác trong của góc $B'AC'$ của tam giác $AB'C'$ nên: $\frac{AB'}{B'I} = \frac{AC'}{C'I} \quad (1)$ BI là phân giác trong góc $A'BC'$ nên: $\frac{BA'}{A'I} = \frac{BC'}{C'I} \quad (2)$</p>	0.25đ 0.25đ

	CI là phân giác ngoài góc A'CB' của tam giác A'CB' nên: $\frac{CB'}{B'I} = \frac{CA'}{A'I} \Rightarrow \frac{CB'}{B'I} - \frac{CA'}{A'I} = 0 \quad (3)$	0.5đ
	Cộng các đẳng thức (1), (2) và (3) về theo về ta được: $\frac{BC}{IA'} + \frac{AC}{IB'} = \frac{AB}{IC'}$	0.5đ
5	$P = \frac{a}{2a+b+c} + \frac{b}{a+2b+c} + \frac{c}{a+b+2c} = \frac{a}{a+1} + \frac{b}{b+1} + \frac{c}{c+1}$ $= 3 - \left(\frac{1}{a+1} + \frac{1}{b+1} + \frac{1}{c+1} \right).$ $\text{mà } (a+1+b+1+c+1) \cdot \left(\frac{1}{a+1} + \frac{1}{b+1} + \frac{1}{c+1} \right) \geq 9$ $\Rightarrow \frac{1}{a+1} + \frac{1}{b+1} + \frac{1}{c+1} \geq \frac{9}{4} \Rightarrow P \leq 3 - \frac{9}{4} = \frac{3}{4}$ Dấu bằng xảy ra khi và chỉ khi $a = b = c = 1/3$.	2đ

Ghi chú: Các cách giải khác đầy đủ và chính xác vẫn cho điểm tối đa.