

**PHÒNG GD&ĐT HIỆP HÒA –BẮC GIANG**  
**TRƯỜNG THCS ĐỨC THẮNG**  
**ĐỀ KHẢO SÁT HỌC SINH GIỎI LẦN 1 NĂM HỌC 2011-2012**  
**MÔN TOÁN LỚP 8**  
**Thời gian: 120 phút**  
**Ngày làm bài : 24/11/2011**

**Câu1.**

a. Phân tích các đa thức sau ra thừa số:

$$\frac{x^4 + 4}{(x + 2)(x + 3)(x + 4)(x + 5)} - 24$$

b. Giải phương trình:  $x^4 - 30x^2 + 31x - 30 = 0$

c. Cho  $\frac{a}{b+c} + \frac{b}{c+a} + \frac{c}{a+b} = 1$ . Chứng minh rằng:  $\frac{a^2}{b+c} + \frac{b^2}{c+a} + \frac{c^2}{a+b} = 0$

**Câu2.** Cho biểu thức:  $A = \left( \frac{x}{x^2 - 4} + \frac{2}{2 - x} + \frac{1}{x + 2} \right) : \left( x - 2 + \frac{10 - x^2}{x + 2} \right)$

a. Rút gọn biểu thức A.

b. Tính giá trị của A, Biết  $|x| = \frac{1}{2}$ .

c. Tìm giá trị của x để  $A < 0$ .

d. Tìm các giá trị nguyên của x để A có giá trị nguyên.

**Câu 3.** Cho hình vuông ABCD, M là một điểm tùy ý trên đường chéo BD. Kẻ  $ME \perp AB$ ,  $MF \perp AD$ .

a. Chứng minh:  $DE = CF$

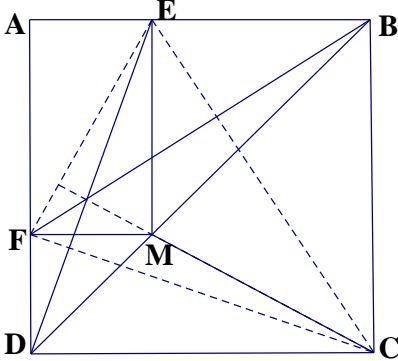
b. Chứng minh ba đường thẳng: DE, BF, CM đồng quy.

c. Xác định vị trí của điểm M để diện tích tứ giác AEMF lớn nhất.

**Câu 4.**

a. Cho 3 số dương a, b, c có tổng bằng 1. Chứng minh rằng:  $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} \geq 9$

b. Cho a, b dương và  $a^{2000} + b^{2000} = a^{2001} + b^{2001} = a^{2002} + b^{2002}$   
Tính:  $a^{2011} + b^{2011}$

Câu	Đáp án	Điểm
<b>Câu 1</b> <b>(3 điểm)</b>	<b>a.</b> $x^4 + 4 = x^4 + 4x^2 + 4 - 4x^2$ $= (x^4 + 4x^2 + 4) - (2x)^2$ $= (x^2 + 2 + 2x)(x^2 + 2 - 2x)$ $(x + 2)(x + 3)(x + 4)(x + 5) - 24$ $= (x^2 + 7x + 11 - 1)(x^2 + 7x + 11 + 1) - 24$ $= [(x^2 + 7x + 11)^2 - 1] - 24$ $= (x^2 + 7x + 11)^2 - 5^2$ $= (x^2 + 7x + 6)(x^2 + 7x + 16)$ $= (x + 1)(x + 6)(x^2 + 7x + 16)$	<b>(1 điểm)</b>
	<b>b.</b> $x^4 - 30x^2 + 31x - 30 = 0 \Leftrightarrow$ $(x^2 - x + 1)(x - 5)(x + 6) = 0 \quad (*)$ Vì $x^2 - x + 1 = (x - \frac{1}{2})^2 + \frac{3}{4} > 0 \quad \forall x$ $\Rightarrow (*) \Leftrightarrow (x - 5)(x + 6) = 0$ $\Rightarrow \begin{cases} x - 5 = 0 \\ x + 6 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 5 \\ x = -6 \end{cases}$	<b>(1 điểm)</b>
	<b>c.</b> Nhân cả 2 vế của: $\frac{a}{b+c} + \frac{b}{c+a} + \frac{c}{a+b} = 1$ với $a + b + c$ ; rút gọn $\Rightarrow$ đpcm	<b>(1 điểm)</b>
<b>Câu 2</b> <b>(3 điểm)</b>	Biểu thức: $A = \left( \frac{x}{x^2 - 4} + \frac{2}{2 - x} + \frac{1}{x + 2} \right) : \left( x - 2 + \frac{10 - x^2}{x + 2} \right)$	
	<b>a.</b> Rút gọn được kq: $A = \frac{-1}{x - 2}$	<b>(1 điểm)</b>
	<b>b.</b> $ x  = \frac{1}{2} \Rightarrow x = \frac{1}{2}$ hoặc $x = -\frac{1}{2}$ $\Rightarrow A = \frac{4}{3}$ hoặc $A = \frac{4}{5}$	<b>(0.5 điểm)</b>
	<b>c.</b> $A < 0 \Leftrightarrow x > 2$	<b>(0.5 điểm)</b>
<b>Câu 3</b> <b>(3 điểm)</b>	HV + GT + KL 	<b>(0.5 điểm)</b>
	<b>a.</b> Chứng minh: $AE = FM = DF$ $\Rightarrow \Delta AED = \Delta DFC \Rightarrow$ đpcm	<b>(1 điểm)</b>

	<p><b>b.</b> DE, BF, CM là ba đường cao của <math>\triangle EFC \Rightarrow \text{đpcm}</math></p>	<p><b>(1 điểm)</b></p>
	<p><b>c.</b> Có Chu vi hình chữ nhật AEMF = 2a không đổi  <math>\Rightarrow ME + MF = a</math> không đổi  <math>\Rightarrow S_{AEMF} = ME.MF</math> lớn nhất <math>\Leftrightarrow ME = MF</math> (AEMF là hình vuông)  <math>\Rightarrow M</math> là trung điểm của BD.</p>	<p><b>(0.5 điểm)</b></p>
<p><b>Câu 4:</b> <b>(1 điểm)</b></p>	<p><b>a.</b> Từ: <math>a + b + c = 1 \Rightarrow \begin{cases} \frac{1}{a} = 1 + \frac{b}{a} + \frac{c}{a} \\ \frac{1}{b} = 1 + \frac{a}{b} + \frac{c}{b} \\ \frac{1}{c} = 1 + \frac{a}{c} + \frac{b}{c} \end{cases}</math></p> $\Rightarrow \frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} = 3 + \left(\frac{a}{b} + \frac{b}{a}\right) + \left(\frac{a}{c} + \frac{c}{a}\right) + \left(\frac{b}{c} + \frac{c}{b}\right)$ $\geq 3 + 2 + 2 + 2 = 9$ <p>Dấu bằng xảy ra <math>\Leftrightarrow a = b = c = \frac{1}{3}</math></p>	<p><b>(0.5 điểm)</b></p>
	<p><b>b.</b> <math>(a^{2001} + b^{2001}).(a + b) - (a^{2000} + b^{2000}).ab = a^{2002} + b^{2002}</math>  <math>\Leftrightarrow (a + b) - ab = 1</math>  <math>\Leftrightarrow (a - 1).(b - 1) = 0</math>  <math>\Leftrightarrow a = 1</math> hoặc <math>b = 1</math>          Vì <math>a = 1 \Rightarrow b^{2000} = b^{2001} \Rightarrow b = 1</math>; hoặc <math>b = 0</math> (loại)          Vì <math>b = 1 \Rightarrow a^{2000} = a^{2001} \Rightarrow a = 1</math>; hoặc <math>a = 0</math> (loại)          Vậy <math>a = 1; b = 1 \Rightarrow a^{2011} + b^{2011} = 2</math></p>	<p><b>(0.5 điểm)</b></p>