

BÀI 3 – ĐƯỜNG THẲNG & MẶT PHẶNG SONG SONG
ĐƯỜNG THẲNG SONG SONG VỚI MẶT PHẶNG

A – LÝ THUYẾT

| | | |
|--|--|---|
| <p>TH1. Đường thẳng a và mặt phẳng (P) không có điểm chung tức là : $a \cap (P) = \emptyset \Leftrightarrow a // (P)$. (hình 1)</p> | <p>TH2. Đường thẳng a và mặt phẳng (P) có một điểm chung tức là : $a \cap (P) = \{A\} \Leftrightarrow a$ cắt (P) tại điểm A. (hình 2)</p> | <p>TH3. Đường thẳng a và mặt phẳng (P) có từ hai điểm chung phân biệt trở lên thì $a \subset (P)$. (hình 3).</p> |
| <p>$a \cap (P) = \emptyset \Leftrightarrow a // (P)$</p> | <p>$a \cap (P) = \{A\}$</p> | <p>$a \subset (P)$</p> |

2. Tính chất

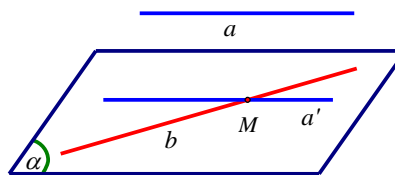
| | | |
|---|--|---|
| <p>Định lý 1. Nếu đường thẳng d không nằm trong mặt phẳng (α) và d song song với đường thẳng d' nằm trong (α) thì d song song với (α).</p> | <p>Định lý 2. Cho đường thẳng a song song với mặt phẳng (α). Nếu mặt phẳng (β) chứa a và cắt (α) theo giao tuyến b thì b song song với a.</p> | <p>Hệ quả: Nếu hai mặt phẳng phân biệt cùng song song với một đường thẳng thì giao tuyến của chúng (nếu có) cũng song song với đường thẳng đó.</p> |
| | | <p>Tức là $\begin{cases} (\alpha) \cap (\beta) = d' \\ (\alpha) // d \\ (\beta) // d \end{cases} \Rightarrow d' // d$</p> |

Phương pháp giải toán: Thiết diện của hình chóp cắt bởi mặt phẳng (α) và song song với một đường thẳng cho trước. Tính diện tích thiết diện.

Tính chất cần nhớ: $\begin{cases} M \in (\alpha) \cap (\beta) \\ (\alpha) // d, d \subset (\beta) \end{cases} \Rightarrow (\alpha) \cap (\beta) = Mx, (Mx // d)$.

Định lý 3.

Cho hai đường thẳng chéo nhau. Có duy nhất một mặt phẳng chứa đường thẳng này và song song với đường thẳng kia.



Tóm tắt: Cho a, b là hai đường thẳng chéo nhau. Khi đó, tồn tại duy nhất mặt phẳng sao cho $b \subset (\alpha)$ và $a // (\alpha)$.

Bổ sung: Với a, b là hai đường thẳng chéo nhau. Khi đó tồn tại duy nhất cặp mặt phẳng $(\alpha), (\beta)$ thỏa mãn $b \subset (\beta), a \subset (\alpha)$ và $(\alpha) // (\beta)$.

BÀI TẬP

Bài 1 Cho hình chóp S.ABCD có đáy ABCD là hình bình hành. Gọi M;N lần lượt là trung điểm của AB;CD

- a. CMR $MN // (SBC); MN // (SAD)$
- b. Gọi P là trung điểm của SA. CMR SB;SC cùng song song với (MNP)
- c. Gọi G;G' lần lượt là trọng tâm tam giác ABC;SBC. CMR $GG' // (SAC)$

Bài 2 Cho hình chóp S.ABCD có đáy ABCD là hình bình hành. E thuộc cạnh BC sao cho $EC=2EB$. G là trọng tâm tam giác SAC

a. CMR $EG \parallel (SAB)$

b. Gọi K là điểm đối xứng của B qua D. I là điểm thuộc cạnh SB sao cho $SI=3IB$. CMR $SK \parallel (IAC)$

Bài 3 Cho hình chóp S.ABCD có đáy ABCD là hình bình hành. Gọi G là trọng tâm tam giác SAB; I là trung điểm của AB. Lấy M thuộc đoạn AD sao cho $AD=3AM$

a. Tìm giao tuyến của (SAD) và (SBC)

b. Đường đi qua M và $\parallel AB$ cắt CI tại N. CMR $NG \parallel (SCD)$

c. CMR $MG \parallel (SCD)$

Bài 4 Cho hình chóp S.ABCD có đáy ABCD là hình bình hành. Gọi M; N lần lượt là trọng tâm 2 tam giác SAB và SAD

a. CMR $MN \parallel (ABCD)$

b. Gọi E là trung điểm của BC. Xác định thiết diện của chóp khi cắt bởi (MNE)

Bài 5 Cho hình chóp S.ABCD có đáy ABCD là hình bình hành. Lấy M; N lần lượt thuộc đoạn SA; BD sao cho

$$\frac{SM}{SA} = \frac{DN}{DB} = \frac{2}{3}$$

Từ N vẽ đt $\parallel AB$ cắt AD tại P

a. CMR $MP \parallel (SCD)$

b. CMR $MN \parallel (SCD)$

c. CMR $SC \parallel (MNP)$

Bài 6 Cho hình chóp S.ABCD có đáy ABCD là hình thang với AD là đáy lớn và $AD=2BC$. Gọi O là giao điểm của AC và BD. G là trọng tâm của tam giác SCD

a. Gọi M là trung điểm của SD. CMR $CM \parallel (SAB)$

b. CMR $OG \parallel (SBC)$

ĐỀ TEST NHANH 15 CÂU

ĐỀ BÀI

Câu 1. Cho hai đường thẳng phân biệt a, b và mặt phẳng (α) . Giả sử $a \parallel (\alpha)$ và $b \parallel (\alpha)$.

MĐ nào sau đây **đúng**?

A. a và b song song. **B.** a và b hoặc song song hoặc chéo nhau.

C. a và b hoặc song song hoặc chéo nhau hoặc cắt nhau. **D.** a và b chéo nhau.

Câu 2. Cho hai đường thẳng a, b chéo nhau. Có bao nhiêu mặt phẳng chứa a và song song với b ?

A. 2.

B. Vô số.

C. 1.

D. 0.

Câu 3. Cho hình chóp S.ABCD. Gọi M và N lần lượt là trung điểm của AB và AD. KĐ nào sau đây **đúng** ?

A. $MN \parallel (SBD)$.

B. $MN \parallel (SBC)$.

C. $MN \parallel (ABCD)$.

D. $MN \parallel (SCD)$.

Câu 4. Cho tứ diện ABCD. Gọi M và N lần lượt là trọng tâm của tam giác BCD và ACD. KĐ nào sau đây **sai**?

A. $MN \parallel (ABD)$.

B. $MN \parallel (ABC)$. **C.** BM, AN, CD đồng qui.

D. $MN = \frac{2}{3} AB$.

Câu 5. Cho tứ diện ABCD. Gọi I và J theo thứ tự là trung điểm của AD và AC, G là trọng tâm của tam giác BCD. Giao tuyến của hai mặt phẳng (GIJ) và (BCD) là đường thẳng

A. đi qua G và song song với CD.

B. đi qua J và song song với BD.

C. đi qua I và song song với AB.

D. đi qua G và song song với BC.

Câu 6. Cho hình chóp S.ABCD, đáy ABCD là hình bình hành. Giao tuyến của hai mặt phẳng (SAB) và (SCD) là một đường thẳng song song với đường thẳng nào sau đây?

A. AC.

B. AB.

C. BC.

D. SA.

Câu 7. Cho tứ diện ABCD với M, N lần lượt là trọng tâm các tam giác ABD, ACD. Xét các KĐ sau:

(I) $MN \parallel (ABC)$.

(II) $MN \parallel (BCD)$.

(III) $MN \parallel (ACD)$.

(IV) $MN \parallel (ABD)$.

Các KĐ đúng là

A. I, II.

B. II, III.

C. I, IV.

D. III, IV.

- Câu 8.** Cho tứ diện $ABCD$, G là trọng tâm $\triangle ABD$ và M là điểm trên cạnh BC sao cho $BM = 2MC$. Đường thẳng MG song song với mặt phẳng
- A. (ACD) . B. (ABC) . C. (ABD) . D. (BCD) .
- Câu 9.** Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thang, đáy lớn AB . Gọi M là một điểm trên cạnh CD , mặt phẳng (α) qua M song song với SA và BC . Gọi d là giao tuyến của (α) và mặt phẳng (SAD) . Kết quả nào sau đây là đúng?
- A. $d \parallel BC$. B. $d \parallel SA$. C. $d \parallel SC$. D. $d \parallel SD$.
- Câu 10.** Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành. Gọi M là một điểm trên cạnh SA , mặt phẳng (α) qua M song song với SB và AC . Mặt phẳng (α) cắt AB, BC, SC, SD, BD lần lượt tại N, E, F, I, J . Kết quả nào sau đây là đúng?
- A. $MN \parallel (SCD)$. B. $EF \parallel (SAD)$. C. $NF \parallel (SAD)$. D. $IJ \parallel (SAB)$.
- Câu 11.** Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thang, đáy lớn là AB . Gọi M là trung điểm CD . Mặt phẳng (α) qua M song song với BC và SA , (α) cắt AB, SB lần lượt tại N và P . Thiết diện của mặt phẳng (α) với khối chóp $S.ABCD$ là
- A. Hình thang có đáy lớn là MN . B. Tam giác MNP .
C. Hình thang có đáy lớn là NP . D. Hình bình hành.
- Câu 12.** Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật tâm O . Gọi M là trung điểm của OC , mặt phẳng (α) qua M song song với SA và BD . Thiết diện của hình chóp với mặt phẳng (α) là
- A. Hình tam giác. B. Hình ngũ giác. C. Hình bình hành. D. Hình chữ nhật.
- Câu 13.** Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành. Điểm M thỏa mãn $\overrightarrow{MA} = 3\overrightarrow{MB}$. Mặt phẳng (P) qua M và song song với SC, BD . Mệnh đề nào sau đây đúng?
- A. (P) cắt hình chóp theo thiết diện là một ngũ giác. B. (P) cắt hình chóp theo thiết diện là một tam giác.
C. (P) cắt hình chóp theo thiết diện là một tứ giác. D. (P) không cắt hình chóp.
- Câu 14.** Cho tứ diện $ABCD$, M là điểm thuộc đoạn BC sao cho $MC = 2MB$. Gọi N, P lần lượt là trung điểm của BD và AD . Điểm Q là giao điểm của AC với (MNP) . Tính $\frac{QC}{QA}$.
- A. $\frac{QC}{QA} = \frac{3}{2}$. B. $\frac{QC}{QA} = \frac{5}{2}$. C. $\frac{QC}{QA} = 2$. D. $\frac{QC}{QA} = \frac{1}{2}$.

BẢNG ĐÁP ÁN

| | | | | |
|------|------|------|------|------|
| 1.C | 2.C | 3.A | 4.D | 5.A |
| 6.B | 7.A | 8.A | 9.B | 10.D |
| 11.A | 12.A | 13.A | 14.C | 15.D |

LỜI GIẢI CHI TIẾT

Câu 1. [Mức độ 1] Cho hai đường thẳng phân biệt a, b và mặt phẳng (α) . Giả sử $a // (\alpha)$ và $b // (\alpha)$.

MĐ nào sau đây **đúng**?

- A. a và b song song.
- B. a và b hoặc song song hoặc chéo nhau.
- C. a và b hoặc song song hoặc chéo nhau hoặc cắt nhau.**
- D. a và b chéo nhau.

Lời giải

Chọn C

$$\text{Ta có: } a // (\alpha) \Rightarrow \exists a' : \begin{cases} a // a' \\ a' \subset (\alpha) \end{cases} \text{ và } b // (\alpha) \Rightarrow \exists b' : \begin{cases} b // b' \\ b' \subset (\alpha) \end{cases}$$

Theo giả thiết: a, b phân biệt.

Nếu $a' // b' \Rightarrow a // b$.

Nếu a', b' cắt nhau $\Rightarrow a, b$ hoặc cắt nhau hoặc chéo nhau.

Câu 2. [Mức độ 1] Cho hai đường thẳng a, b chéo nhau. Có bao nhiêu mặt phẳng chứa a và song song với b ?

- A. 2.
- B. Vô số.
- C. 1.**
- D. 0.

Lời giải

Chọn C

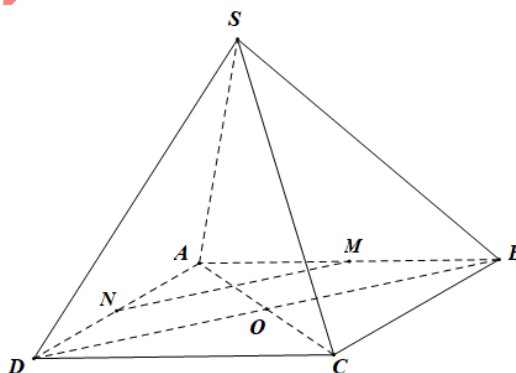
Ta có định lý: “Cho hai đường thẳng chéo nhau. Có duy nhất một mặt phẳng chứa đường thẳng này và song song với đường thẳng kia”.

Câu 3. [Mức độ 1] Cho hình chóp $S.ABCD$. Gọi M và N lần lượt là trung điểm của AB và AD . KĐ nào sau đây **đúng** ?

- A. $MN // (SBD)$.**
- B. $MN // (SBC)$.
- C. $MN // (ABCD)$.
- D. $MN // (SCD)$.

Lời giải

Chọn A



Nhận thấy MN là đường trung bình trong tam giác ABD , suy ra $MN // BD$.

Mặt khác $BD \subset (SBD)$ nên $MN // (SBD)$.

Câu 4. [Mức độ 1] Cho tứ diện $ABCD$. Gọi M và N lần lượt là trọng tâm của tam giác BCD và ACD . KĐ nào sau đây **sai**?

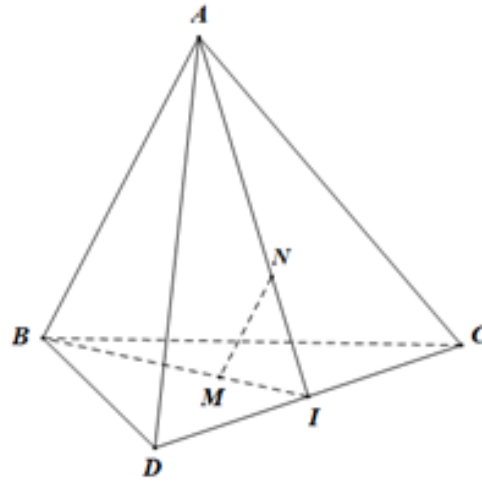
- A. $MN // (ABD)$.
- B. $MN // (ABC)$.**

C. BM, AN, CD đồng qui.

D. $MN = \frac{2}{3}AB$.

Lời giải

Chọn D



M, N lần lượt là trọng tâm $\triangle BCD$ và $\triangle ACD$, suy ra BM và AN cắt nhau tại trung điểm I của CD . Vậy C đúng.

Ta có tỷ lệ: $\frac{IN}{IA} = \frac{IM}{IB} = \frac{1}{3} \Rightarrow MN \parallel AB$ và $\frac{MN}{AB} = \frac{1}{3}$

Từ đó suy ra: $MN \parallel (ABD)$ và $MN \parallel (ABC)$. Vậy A và B đúng, D sai.

Câu 5. [Mức độ 1] Cho tứ diện $ABCD$. Gọi I và J theo thứ tự là trung điểm của AD và AC , G là trọng tâm của tam giác BCD . Giao tuyến của hai mặt phẳng (GIJ) và (BCD) là đường thẳng

A. đi qua G và song song với CD .

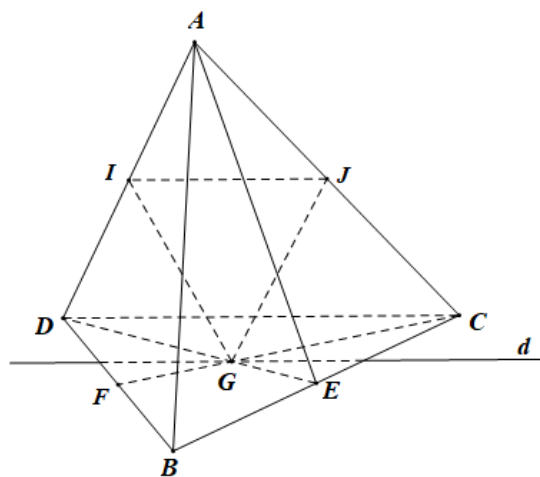
B. đi qua J và song song với BD .

C. đi qua I và song song với AB .

D. đi qua G và song song với BC .

Lời giải

Chọn A



Nhận thấy IJ là đường trung bình trong $\triangle ACD$, suy ra $IJ \parallel CD$. Gọi $d = (GIJ) \cap (BCD)$.

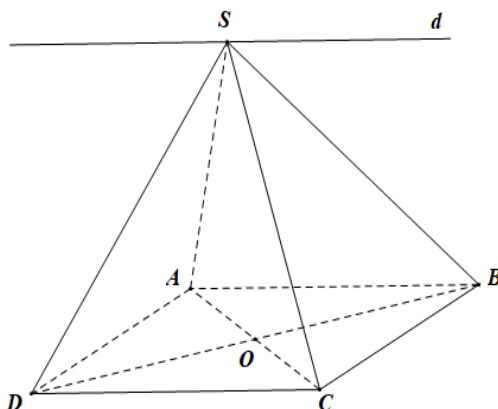
Ta có:
$$\begin{cases} G \in (GIJ); G \in (BCD) \\ IJ \subset (GIJ); CD \subset (BCD) \Rightarrow d \text{ qua } G \text{ và song song với } CD. \\ IJ \parallel CD \end{cases}$$

Câu 6. [Mức độ 1] Cho hình chóp $S.ABCD$, đáy $ABCD$ là hình bình hành. Giao tuyến của hai mặt phẳng (SAB) và (SCD) là một đường thẳng song song với đường thẳng nào sau đây?

- A. AC . **B. AB .** C. BC . D. SA .

Lời giải

Chọn B



Gọi $d = (SAB) \cap (SCD)$.

$$\text{Ta có: } \begin{cases} S \in (SAB); S \in (SCD) \\ AB \subset (SAB); CD \subset (SCD) \Rightarrow d \text{ qua } S \text{ và song song với } AB. \\ AB \parallel CD \end{cases}$$

Câu 7. [Mức độ 2] Cho tứ diện $ABCD$ với M, N lần lượt là trọng tâm các tam giác ABD, ACD . Xét các KĐ sau:

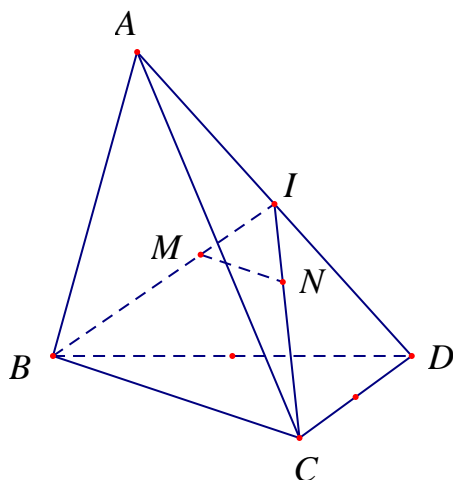
- (I) $MN \parallel (ABC)$. (II) $MN \parallel (BCD)$.
 (III) $MN \parallel (ACD)$. (IV) $MN \parallel (ABD)$.

Các KĐ đúng là

- A. I, II.** B. II, III. C. I, IV. D. III, IV.

Lời giải

Chọn A



Gọi I là trung điểm của AD .

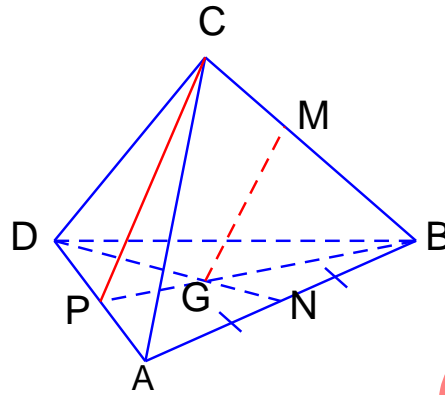
$$\text{Do } M, N \text{ lần lượt là trọng tâm } \triangle ABD \text{ và } \triangle ACD \text{ nên } \frac{IM}{IB} = \frac{IN}{IC} = \frac{1}{3} \Rightarrow MN \parallel BC.$$

Mà $BC \subset (BCD)$ và $BC \subset (ABC)$, suy ra $MN \parallel (BCD)$ và $MN \parallel (ABC)$.

- Câu 8.** [Mức độ 2] Cho tứ diện $ABCD$, G là trọng tâm $\triangle ABD$ và M là điểm trên cạnh BC sao cho $BM = 2MC$. Đường thẳng MG song song với mặt phẳng
- A.** (ACD) . **B.** (ABC) . **C.** (ABD) . **D.** (BCD) .

Lời giải

Chọn A



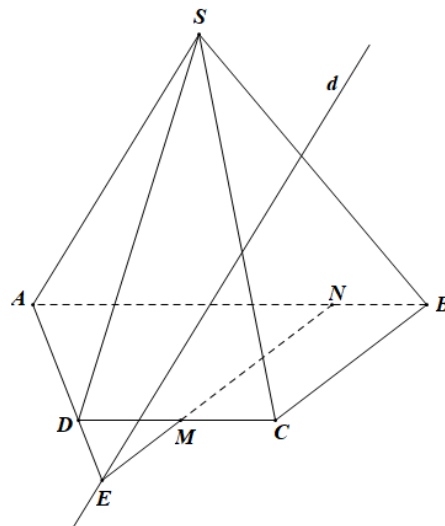
Gọi P và N lần lượt là trung điểm của AD, AB .

Ta có: $\frac{BM}{BC} = \frac{BG}{BP} = \frac{2}{3} \Rightarrow MG \parallel CP$. Mà $CP \subset (ACD)$ nên $MG \parallel (ACD)$.

- Câu 9.** [Mức độ 2] Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thang, đáy lớn AB . Gọi M là một điểm trên cạnh CD , mặt phẳng (α) qua M song song với SA và BC . Gọi d là giao tuyến của (α) và mặt phẳng (SAD) . KD nào sau đây là đúng?
- A.** $d \parallel BC$. **B.** $d \parallel SA$. **C.** $d \parallel SC$. **D.** $d \parallel SD$.

Lời giải

Chọn B



Ta có: $\begin{cases} M \in (\alpha) \cap (ABCD) \\ (\alpha) \parallel BC \subset (ABCD) \end{cases} \Rightarrow (\alpha) \cap (ABCD) = MN \parallel BC \quad (N \in AB)$.

Trong mặt phẳng $(ABCD)$ kéo dài AD và MN cắt nhau tại E .

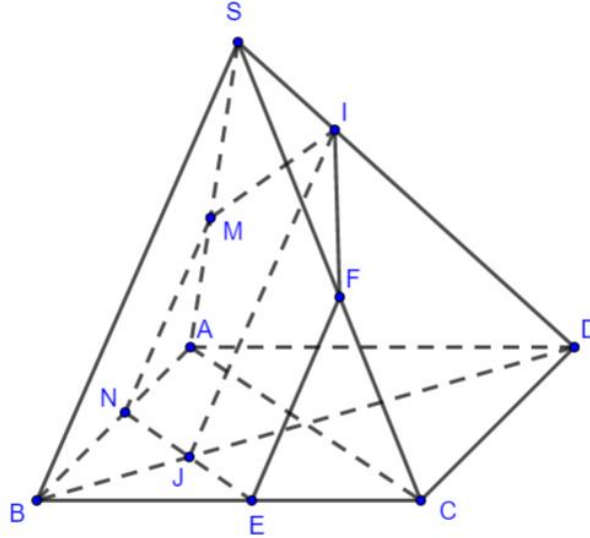
Lại có: $\begin{cases} E \in (\alpha) \cap (SAD) \\ (\alpha) \parallel SA \subset (SAD) \end{cases} \Rightarrow (\alpha) \cap (SAD) = d \parallel SA$.

Câu 10. [Mức độ 2] Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành. Gọi M là một điểm trên cạnh SA , mặt phẳng (α) qua M song song với SB và AC . Mặt phẳng (α) cắt AB, BC, SC, SD, BD lần lượt tại N, E, F, I, J . KD nào sau đây là đúng?

- A. $MN \parallel (SCD)$. B. $EF \parallel (SAD)$. C. $NF \parallel (SAD)$. **D. $IJ \parallel (SAB)$.**

Lời giải

Chọn D



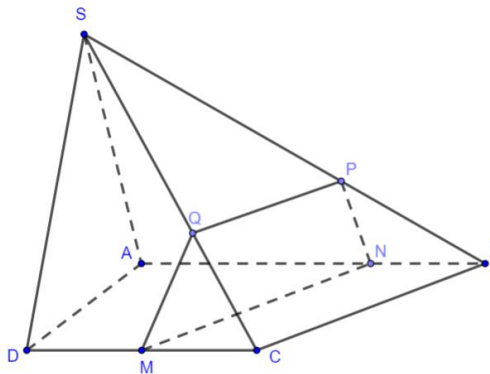
Ta có:
$$\begin{cases} IJ = (\alpha) \cap (SBD) \\ (\alpha) \parallel SB \subset (SBD) \end{cases} \Rightarrow (\alpha) \cap (SBD) = IJ \parallel SB. \text{ Mà } SB \subset (SAB) \Rightarrow IJ \parallel (SAB).$$

Câu 11. [Mức độ 3] Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thang, đáy lớn là AB . Gọi M là trung điểm CD . Mặt phẳng (α) qua M song song với BC và SA , (α) cắt AB, SB lần lượt tại N và P . Thiết diện của mặt phẳng (α) với khối chóp $S.ABCD$ là

- A. Hình thang có đáy lớn là MN .** B. Tam giác MNP .
C. Hình thang có đáy lớn là NP . D. Hình bình hành.

Lời giải

Chọn A



Trong mặt phẳng $(ABCD)$, qua M kẻ $MN \parallel BC$ ($N \in BC$). Khi đó, $MN \subset (\alpha)$.

Trong mặt phẳng (SAB) , qua N kẻ $NP \parallel SA$ ($P \in SB$). Khi đó, $NP \subset (\alpha)$.

Vậy $(\alpha) \equiv (MNP)$.

Xét hai mặt phẳng (MNP) và (SBC) có:
$$\begin{cases} P \in (MNP), P \in (SBC) \\ MN \subset (MNP), BC \subset (SBC). \\ MN // BC \end{cases}$$

Suy ra hai mặt phẳng cắt nhau theo một giao tuyến đi qua điểm P và song song với BC .

Trong mặt phẳng (SBC) kẻ $PQ // BC$ ($Q \in SC$).

Vậy mặt phẳng (α) cắt khối chóp $S.ABCD$ theo thiết diện là tứ giác $MNPQ$.

Nhận thấy $MNBC$ là hình bình hành, suy ra $MN = BC$.

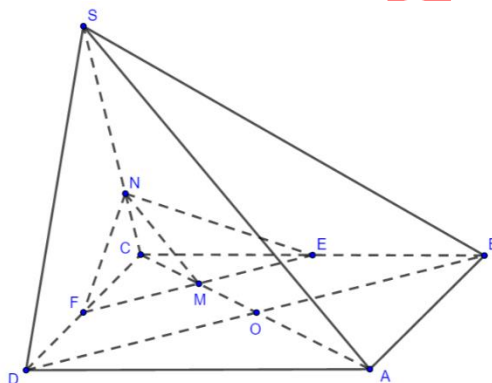
Trong tam giác SBC có P thuộc đoạn SB , Q thuộc đoạn SC và $PQ // BC$ nên $PQ < BC$.

Tứ giác $MNPQ$ có $\begin{cases} MN // PQ \\ PQ < MN \end{cases} \Rightarrow MNPQ$ là hình thang có đáy lớn là MN .

- Câu 12.** [Mức độ 2] Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật tâm O . Gọi M là trung điểm của OC , mặt phẳng (α) qua M song song với SA và BD . Thiết diện của hình chóp với mặt phẳng (α) là
- A.** Hình tam giác. **B.** Hình ngũ giác. **C.** Hình bình hành. **D.** Hình chữ nhật.

Lời giải

Chọn A



Ta có: $\begin{cases} M \in (\alpha) \cap (ABCD) \\ (\alpha) // BD \subset (ABCD) \end{cases} \Rightarrow (\alpha) \cap (ABCD) = EF // BD$ ($M \in EF, E \in BC, F \in CD$).

Lại có: $\begin{cases} M \in (\alpha) \cap (SAC) \\ (\alpha) // SA \subset (SAC) \end{cases} \Rightarrow (\alpha) \cap (SAC) = MN // SA$ ($N \in SC$).

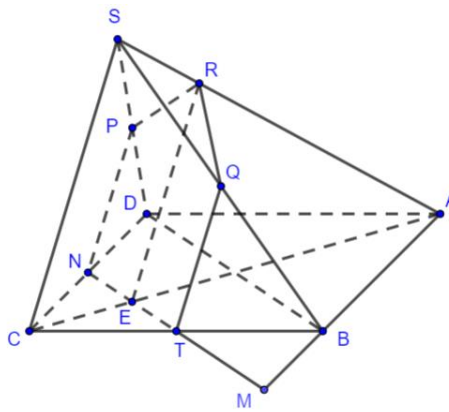
Vậy thiết diện cần tìm là tam giác NEF .

- Câu 13.** [Mức độ 3] Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành. Điểm M thỏa mãn $\overline{MA} = 3\overline{MB}$. Mặt phẳng (P) qua M và song song với SC, BD . Mệnh đề nào sau đây đúng?

- A.** (P) cắt hình chóp theo thiết diện là một ngũ giác.
B. (P) cắt hình chóp theo thiết diện là một tam giác.
C. (P) cắt hình chóp theo thiết diện là một tứ giác.
D. (P) không cắt hình chóp.

Lời giải

Chọn A



Trong mặt phẳng $(ABCD)$, kẻ đường thẳng qua M và song song BD cắt BC, CD, CA lần lượt tại T, N, E .

Trong mặt phẳng (SCD) , kẻ đường thẳng qua N và song song với SC cắt SD tại P .

Trong mặt phẳng (SAC) , kẻ đường thẳng qua E và song song với SC cắt SA tại R .

Trong mặt phẳng (SBC) , kẻ đường thẳng qua T và song song với SC cắt SB tại Q .

Thiết diện cần tìm là ngũ giác $NPRQT$.

Câu 14. [Mức độ 2] Cho tứ diện $ABCD$, M là điểm thuộc đoạn BC sao cho $MC = 2MB$. Gọi N, P lần lượt là trung điểm của BD và AD . Điểm Q là giao điểm của AC với (MNP) . Tính $\frac{QC}{QA}$.

A. $\frac{QC}{QA} = \frac{3}{2}$.

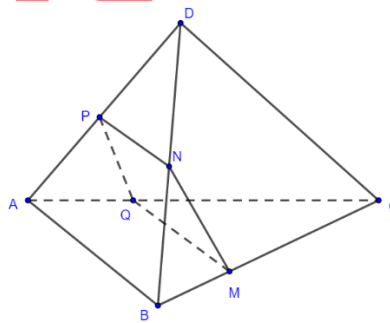
B. $\frac{QC}{QA} = \frac{5}{2}$.

C. $\frac{QC}{QA} = 2$.

D. $\frac{QC}{QA} = \frac{1}{2}$.

Lời giải

Chọn C



Nhận thấy NP là đường trung bình trong $\Delta ABD \Rightarrow AB \parallel NP \Rightarrow AB \parallel (MNP)$.

Ta có $\begin{cases} M \in (MNP) \cap (ABC) \\ (MNP) \ni NP \parallel (ABC) \end{cases} \Rightarrow (MNP) \cap (ABC) = MQ \parallel NP \quad (Q \in AC)$.

Từ đó suy ra $\frac{QC}{QA} = \frac{MC}{MB} = 2$.

Câu 15. [Mức độ 3] Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thoi cạnh $3a$, $SA = SD = 3a$, $SB = SC = 3a\sqrt{3}$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm các cạnh SA và SD , P là một điểm thuộc cạnh AB sao cho $AP = 2a$. Tính diện tích thiết diện của hình chóp khi cắt bởi mặt phẳng (MNP) .

A. $\frac{9a^2\sqrt{139}}{4}$.

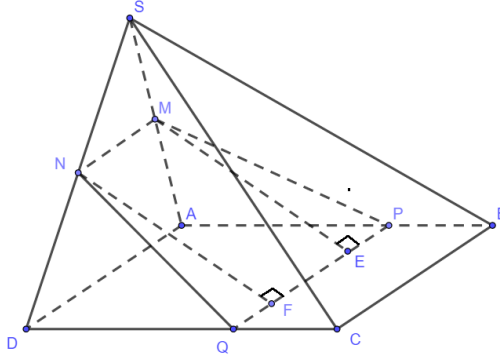
B. $\frac{9a^2\sqrt{139}}{8}$.

C. $\frac{9a^2\sqrt{7}}{8}$.

D. $\frac{9a^2\sqrt{139}}{16}$.

Lời giải

Chọn D



$$\text{Ta có } \begin{cases} AD // (MNP) \\ AD \subset (ABCD) \\ (ABCD) \cap (MNP) = PQ \end{cases} \Rightarrow PQ // AD (Q \in CD).$$

Thiết diện khối chóp cắt bởi mặt phẳng (MNP) là hình thang $MNQP$.

Do $\triangle NDQ = \triangle MAP$ nên $NQ = MP$. Vậy là $MNQP$ hình thang cân.

$$\text{Ta có } \cos SAB = \frac{SA^2 + AB^2 - SB^2}{2 \cdot SA \cdot AB} = \frac{9a^2 + 9a^2 - 27a^2}{2 \cdot 3a \cdot 3a} = \frac{-1}{2}.$$

$$MP^2 = MA^2 + AP^2 - 2 \cdot MA \cdot AP \cdot \cos MAP = \frac{9a^2}{4} + 4a^2 - 2 \cdot \frac{3a}{2} \cdot 2a \cdot \frac{-1}{2} = \frac{37a^2}{4} \Rightarrow MP = \frac{a\sqrt{37}}{2}.$$

Từ M kẻ $ME \perp PQ$, từ N kẻ $NF \perp PQ$. Tứ giác $MNFE$ là hình chữ nhật nên

$$MN = EF = \frac{3a}{2} \Rightarrow PE = QF = \frac{3a}{4} \Rightarrow ME = \sqrt{MP^2 - PE^2} = \frac{a\sqrt{139}}{4}.$$

$$\text{Vậy diện tích thiết diện cần tìm là } S_{MNQP} = \frac{(MN + PQ) \cdot ME}{2} = \frac{9a^2 \sqrt{139}}{16}.$$